INSTITUCIÓN EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA AURES
“Educar para la Vida con Dulzura y Firmeza”
Docente: Antonio José Rendón Castaño
GUÍA N° 02: ARITMÉTICA
8 GRADO

OBSERVACIONES:

1. Deben copiar la teoría en el cuaderno con el fin que lean, analicen y pongan atención a lo que están transcribiendo.
2. Después que copien la teoría de un tema determinado, deben realizar la actividad correspondiente, haciendo todo el proceso.
3. Luego tomar las fotos que queden legibles (o escanearla) a la teoría y a la actividad. Deben formar un archivo PDF o Word y pegar las fotos en orden, al derecho y luego mandar el archivo al correo, especificando el tema, el nombre del estudiante y el grado en que se encuentra.
4. Cada semana deben mandar el trabajo realizado al correo electrónico. Por cada semana de atraso en el envío se calificará sobre una unidad menos y si es tanta la demora en el envío quedará para la realización de PMP.
5. Los trabajos los deben enviar al Correo Electrónico: antonio.rendon@medellin.edu.co

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES (SEMANA 01 - 2P)

Para multiplicar dos racionales, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí, teniendo en cuenta que si los dos racionales son del mismo signo ($+\cdot+ o -\cdot-$) el producto es positivo, en cambio si tienen diferente signo ($+\cdot- o -\cdot+$) el producto es negativo. En símbolos: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

Ejemplos

$\left(-\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$ como los dos racionales son negativos entonces el producto es positivo, se simplifica.

$\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ como los dos racionales son positivos el producto es positivo.

$\left(-\frac{4}{7}\right)\left(\frac{5}{9}\right)=-\frac{20}{63}$ como los dos racionales son de diferente signo, por lo cual el resultado es positivo.

$\frac{1}{6}\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{5}{18}$ como los factores son de diferente signo, el producto es negativo.

ACTIVIDAD 01. Multiplicación de Números Q

Resuelve las siguientes multiplicaciones de racionales

a. $\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{2}{9}\right)=$

b. $-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=$

c. $-\frac{12}{15}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{30}{40}=$

d. $\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=$

e. $2\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)=$

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

La división es la operación inversa del producto. Para dividir dos números racionales, el dividendo se multiplica por el Inverso Multiplicativo o Recíproco del divisor. (El divisor y su recíproco deben ser del mismo signo).

Recíproco o Inverso Multiplicativo de un Número Racional

El recíproco de un número racional es aquel que al multiplicarlo con éste dan como producto el módulo o elemento neutro del producto. Para hallar o escribir el recíproco de un número racional se invierte el número el numerador pasa a denominador y el denominador pasa a numerador.

Ejemplos

$\frac{2}{3}$ su recíproco es $\frac{3}{2}$ Porque $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{6}{6}=1$ Una cantidad sobre la misma cantidad da como resultado 1

$-\frac{7}{5}$ su recíproco es $-\frac{5}{7}$ Porque $-\frac{7}{5}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)=\frac{35}{35}=1$

3 su recíproco es $\frac{1}{3}$ $3\cdot\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$

$\frac{1}{8}$ su recíproco es 8 $\frac{1}{8}\cdot 8=\frac{8}{8}=1$

En símbolos la división es: $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$

Ejemplos

$\frac{7}{8} \div \frac{9}{10} = \frac{7}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{70}{72} = \frac{35}{36}$

$\frac{12}{7} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{36}{14} = -\frac{18}{7}$

$8 \div \frac{2}{5} = 8 \cdot \frac{5}{2} = \frac{40}{2} = 20$

$\frac{15}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{15}{8} \cdot \frac{8}{1} = \frac{120}{8} = \frac{60}{4} = \frac{30}{2} = \frac{15}{1} = 15$

ACTIVIDAD 02. División de Números Q

Resuelve las siguientes divisiones de racionales

a. $-\frac{7}{8} \div \frac{3}{5} =$

b. $\frac{4}{9} \div 16 =$

c. $0 \div \frac{4}{7} =$

d. $\left(\frac{1}{2} \div 2\right) \div 4 =$

e. $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} =$

OPERACIONES DE SUMAS Y RESTAS COMBINADAS (SEMANA 02 - 2P)

Para resolver expresiones combinada se deben ir resolviendo de izquierda a derecha, respetando el orden en que van apareciendo. Si las expresiones contienen signos de agrupación (Paréntesis ( ), Corchetes [ ], y llaves { }), se deben eliminar de adentro hacia afuera, Teniendo en cuenta si el signo está precedido de un signo más o un signo menos.

Si el signo de agrupación está precedido del signo más (+), se elimina el signo de agrupación y se respeta el signo que tienen las cantidades que hay dentro de él; pero, si el signo de agrupación está precedido del signo menos, se deben cambiar el signo de todas las cantidades que hay dentro de él.

Ejemplo

Resolver la expresión: $-\frac{3}{4} + \frac{8}{5} - 3\frac{1}{4} - \frac{2}{6} + 5\frac{2}{3}$

En la expresión no aparecen signos de agrupación. Lo primero que se debe hacer es convertir o expresar los números mixtos a fracciones impropias, para ello se debe multiplicar la parte entera por el denominador y sumarle el numerador correspondiente y dejamos el mismo denominador

$$-\frac{3}{4} + \frac{8}{5} - \frac{13}{4} - \frac{2}{6} + \frac{17}{3}$$

La expresión es una combinación de sumas y restas de racionales con diferente denominador. Se hallar el M.C.M de los denominadores y éste se divide por cada denominador y el resultado se multiplica por el numerador correspondiente. Teniendo en cuenta la ley de los signos.

$$= \frac{(-45) + 96 - 195 - 20 + 340}{60}$$

Se suman los enteros negativos y se suman los enteros positivos, quedando así una suma de dos enteros de diferente signo.

$$= \frac{-45 - 195 - 20 + 96 + 340}{60}$$

$$= \frac{-260 + 436}{60}$$

Como queda una suma de dos enteros de diferente signo, se restan sus cantidades, sin tener en cuenta el signo (Al mayor se le resta el menor en su valor absoluto) y al resultado se le antepone el signo del sumando que tenga mayor valor absoluto (del sumando que esté más lejos del cero). Se simplifica si es posible.

$$= \frac{176}{60} = \frac{88}{30} = \frac{44}{15}$$

Ejemplo

Resolver la expresión: $\frac{3}{4} + \left\{-\frac{5}{3} - \frac{8}{5} - \left[\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{6}{3}\right) + \frac{5}{10}\right] - \frac{1}{4}\right\} + \frac{2}{6}$

Lo primero que se debe analizar es que se deben eliminar los signos de agrupación más internos, en este caso el paréntesis. Al efectuar

$$\frac{3}{4} + \left\{-\frac{5}{3} - \frac{8}{5} - \left[\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{6}{3}\right) + \frac{5}{10}\right] - \frac{1}{4}\right\} + \frac{2}{6}$$

$$= \frac{3}{4} + \left\{-\frac{5}{3} - \frac{8}{5} - \left[-\frac{12}{15} + \frac{5}{10}\right] - \frac{1}{4}\right\} + \frac{2}{6}$$

Después de eliminar los paréntesis los más internos son los corchetes, pero se debe tener cuidado por están antecedidos por un signo menos, por los cual se eliminan cambiando el signo a todas las cantidades que hay dentro de él.

$$= \frac{3}{4} + \left\{-\frac{5}{3} - \frac{8}{5} + \frac{12}{15} - \frac{5}{10} - \frac{1}{4}\right\} + \frac{2}{6}$$

Luego se eliminan las llaves, pero como éstas están precedidas por el signo más, se les debe respetar el signo de todas las cantidades que hay dentro de ellas.
Por último, se soluciona esa expresión de racionales heterogéneos.

$$=\frac{3}{4}-\frac{5}{3}-\frac{8}{5}+\frac{12}{15}-\frac{5}{10}-\frac{1}{4}+\frac{2}{6}$$

$$=\frac{45-100-96+48-30-15+20}{60}$$

Se suman los positivos y se suman los negativos, quedando así una expresión con dos números de diferente signo en el numerador. Se simplifica el resultado final.

$$=\frac{45+48+20-100-96-30-15}{60}$$

$$=\frac{113-241}{60}$$

$$=-\frac{128}{60}=-\frac{64}{30}=-\frac{32}{15}$$

ACTIVIDAD 03. Operaciones de Sumas y Restas Combinadas
Resuelve los siguientes ejercicios combinados.

a. $\left(2\frac{1}{3}-3\frac{1}{3}\right)-\left[4\frac{1}{5}-\left(2\frac{1}{2}+1\frac{3}{5}\right)\right]=$

b. $-\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=$

c. $\frac{1}{4}-\left(2-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)=$

d. $\frac{1}{8}+\left[\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{8}+2-\frac{3}{50}\right)-1\frac{2}{3}\right]=$

e. $\frac{3}{10}-\left[-\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{5}\right]-\frac{2}{3}=$

ECUACIONES ADITIVAS EN LOS RACIONALES (SEMANA 03 - 2P)

Antes de iniciar la resolución de ecuaciones, se debe recordar que es una igualdad.

Igualdad:
Una igualdad es una expresión matemática en donde dos expresiones aritméticas arrojan o dan el mismo resultado.

Ejemplos:

$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{2}\div\frac{12}{15}$

$\frac{15}{24}=\frac{1}{2}\cdot\frac{15}{12}$

$\frac{15}{24}=\frac{15}{24}$

Obsérvese que con expresiones diferentes se obtuvo el mismo resultado, quiere decir que las dos expresiones iniciales son una igualdad

$\frac{5}{8}+\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{14}{4}$

$\frac{10+4}{8}=\frac{14}{8}$

$\frac{14}{8}=\frac{14}{8}$

Observe que de dos expresiones diferentes se obtuvo el mismo resultado.

Después de esto, una ecuación se puede definir como:

Ecuación:
Una ecuación es una igualdad en donde hay una o más cantidades desconocidas, llamadas incógnitas. Las incógnitas se representan por medio de una letra del alfabeto.

Ejemplos de ecuaciones

$$\frac{2}{3}+\boldsymbol{x}=\frac{4}{9}$$

$$\boldsymbol{y}-\frac{4}{9}=-\frac{1}{2}$$

Obsérvese que en ambas expresiones hay una letra que indica que esa es la cantidad desconocida. Dicha cantidad es la incógnita.

Solucionar una ecuación es hallar el valor de la incógnita o variable. Para la solución de una ecuación aditiva se van a utilizar dos métodos que se describen a continuación.

Método 01: Aplicación de la Propiedad Uniforme

Ejemplo
Solucionar la siguiente ecuación $\frac{5}{3}+x=\frac{8}{9}$, mediante la aplicación de la propiedad uniforme.

Para hallar el valor de la incógnita, se despeja (se deja sola) la variable eliminando el número que está al lado del igual con la variable; para ello se le suma el inverso aditivo del otro sumando a ambos lados del igual.

$$\frac{5}{3}+\left(-\boldsymbol{\frac{5}{3}}\right)+x=\frac{8}{9}+\left(-\boldsymbol{\frac{5}{3}}\right)$$

Se realiza la operación entre los números, para ello se puede aplicar la propiedad asociativa.

$$\left[\frac{5}{3}+\left(-\frac{5}{3}\right)\right]+x=\left[\frac{8}{9}+\left(-\frac{5}{3}\right)\right]$$

$$0+x=\frac{8+(-15)}{9}$$

Ahora recuerda que como la x está representando un número racional, y aplicando la propiedad modulativa de la adición, al lado izquierdo se obtiene x, al lado derecho se sigue haciendo la suma.

$$x=-\frac{7}{9}$$

Lo anterior quiere decir que para que se obtenga una igualdad numérica la x debe ser igual (o tener un valor) a $-\frac{7}{9}$

Verificación o Prueba

Para comprobar que dicha expresión da o arroja una igualdad, entonces partiendo de la ecuación original; donde está la incógnita se reemplaza por el valor que se halló.

Ecuación Original (Ecuación que se da)

$$\frac{5}{3}+x=\frac{8}{9}$$

Se reemplaza la variable por el valor que se halló; obsérvese que en este paso se reemplazó la incógnita por el valor que se halló.

$$\frac{5}{3}+\left(-\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}}\right)=\frac{8}{9}$$

Se realiza la operación que hay al lado izquierdo y se deja quieto el lado derecho. Fíjese que el lado derecho no se operó, porque no hay operaciones para realizar.

$$\frac{15+(-7)}{9}=\frac{8}{9}$$

$$\frac{8}{9}=\frac{8}{9}$$

Se obtuvo el mismo resultado. Quiere decir que el proceso se realizó correctamente.

Ejemplo

Solucionar la siguiente ecuación $-\frac{2}{7}+x=-\frac{1}{2}$, mediante la aplicación de la propiedad uniforme.

Para hallar el valor de la incógnita, se despeja la variable eliminando el número que acompaña (que está al mismo lado del igual) a la variable; para ello se le suma el inverso aditivo del sumando que acompaña a la variable a ambos lados del igual o igualdad.

$$-\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+x=-\frac{1}{2}+\frac{2}{7}$$

Se realiza la operación entre los números, para ello se aplica la propiedad asociativa.

$$\left[-\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\right]+x=\left[-\frac{1}{2}+\frac{2}{7}\right]$$

$$0+x=\frac{-7+4}{14}$$

Ahora se debe tener en cuenta que todo número sumando con el cero da el mismo número (Propiedad Modulativa o elemento neutro de la suma)

$$x=-\frac{3}{14}$$

Lo anterior significa que para que esa ecuación sea una igualdad numérica la x debe tener un valor de $-\frac{3}{14}$

Verificación o Prueba

Para darle la prueba entonces se reemplaza dónde está la incógnita por $-\frac{3}{14}$ en este caso

Ecuación Original

$$-\frac{2}{7}+x=-\frac{1}{2}$$

Se reemplaza la variable por $-\frac{3}{14}$

$$-\frac{2}{7}+\left(-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{14}}\right)=-\frac{1}{2}$$

Se realiza la operación que hay al lado izquierdo del igual, el lado derecho no se le hace nada.

$$\frac{-4+(-3)}{4}=-\frac{1}{2}$$

En este caso se debe simplificar

$$-\frac{7}{14}=-\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

Método 02: Transposición de Términos

Ejemplo

Resolver la siguiente ecuación $x-\frac{2}{3}=\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$ por medio de la transposición de términos

En este método consiste en pasar términos que no contengan variables al otro lado del igual con la condición que pasa haciendo la operación inversa; es decir si estaba sumando pasa restando y viceversa.

$$x-\frac{2}{3}=\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$$

$$x=\frac{5}{8}-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$$

Se realizan las operaciones con los números racionales de la derecha del signo igual. Se simplifica si es posible

$$x=\frac{15-6+16}{24}$$

$$x=\frac{15+16-6}{24}$$

$$x=\frac{25}{24}$$

Esto quiere decir para que la expresión sea una igualdad numérica la x debe tener un valor de $\frac{25}{24}$

Verificación o Prueba

Para darle la prueba entonces se reemplaza dónde está la incógnita por $\frac{25}{24}$ en este caso

Se reemplaza la variable por el valor que se encontró

$$x-\frac{2}{3}=\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$$

$$\frac{25}{24}-\frac{2}{3}=\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$$

$$\frac{25-16}{24}=\frac{5-2}{8}$$

$$\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$$

ACTIVIDAD 04. Ecuaciones Aditivas en Q

Resuelve las siguientes ecuaciones aditivas con racionales

a. $x+\frac{1}{5}=\frac{2}{3}$

b. $x+\frac{1}{7}=\frac{2}{3}-\frac{5}{42}$

c. $x-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{1}{5}-\frac{3}{4}$

d. $\frac{1}{4}+x+\frac{2}{5}=\frac{3}{8}-\frac{1}{2}$

e. $x+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{10}-\frac{3}{5}$

ECUACIONES MULTIPLICATIVAS CON RACIONALES (SEMANA 04 - 2P)

Solucionar la ecuación $\frac{3}{4}x=-\frac{1}{3}$ Para resolver una ecuación multiplicativa se puede seguir uno de los dos métodos vistos anteriormente.

Método de la Aplicación de la Propiedad Uniforme

$\frac{3}{4}x=-\frac{1}{3}$ Ecuación original, para eliminar el número racional que acompaña a la variable y recuerda que la multiplica, se debe dividir por el mismo número.

$\frac{3}{4}x\div\frac{3}{4}=-\frac{1}{3}\div\frac{3}{4}$ Se dividió ambos lados de la igualdad por el mismo número, pero recuerda que para dividir dos racionales al dividendo se multiplica por el recíproco o inverso multiplicativo del divisor.

$\frac{3}{4}x\cdot\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}$ Ahora, haciendo la operación entre los números del lado izquierdo y haciendo la operación del lado derecho se tiene:

$\frac{12}{12}x=-\frac{4}{9}$ Recuerda que un número sobre el mismo número es equivalente a uno (1), entonces

$1\cdot x=-\frac{4}{9}$ Aplicando la propiedad modulativa de la multiplicación, se tiene que:

$x=-\frac{4}{9}$ Esto significa para que la ecuación sea una igualdad numérica la x hay que sustituirla por $-\frac{4}{9}$

Método de la Transposición de términos (se puede decir que este método es la versión corta de la aplicación del método anterior)

$\frac{3}{4}x = -\frac{1}{3}$	Ecuación original, el número que acompaña a la variable se para al otro lado haciendo la operación inversa, entonces
$x = -\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$	Se Re expresa la división entre números racionales, así
$x = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}$	Se resuelve la operación del lado derecho, el lado izquierdo se deja quieto
$x = -\frac{4}{9}$	Observe que por ambos métodos se obtiene el mismo valor

Prueba o Verificación

$\frac{3}{4}x = -\frac{1}{3}$	Ecuación Original, se reemplaza la variable por el valor encontrado.
$\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = -\frac{1}{3}$	Ahora se resuelve la operación del lado izquierdo, el lado derecho se deja quieto
$-\frac{12}{36} = -\frac{1}{3}$	No dio el mismo número porque hay que simplificar el lado izquierdo de la igualdad, sacándole cuarta
$-\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$	Ahora, sácale tercera al lado izquierdo.
$-\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$	Se obtiene una igualdad numérica.

Ejemplo 02

Resolver la ecuación $-\frac{7}{5}x = \frac{8}{3}$ por ambos métodos y verificarla

Método de la Aplicación de la Propiedad Uniforme

$-\frac{7}{5}x = \frac{8}{3}$	Ecuación original, ahora dividiendo ambos lados por el mismo número que acompaña a la variable
$-\frac{7}{5}x \div \left(-\frac{7}{5}\right) = \frac{8}{3} \div \left(-\frac{7}{5}\right)$	Recuerda que la división entre racionales se debe expresar como un producto
$-\frac{7}{5}x \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$	En el lado izquierdo se realiza la operación entre los números y se conserva la variable y al lado derecho se realiza la operación
$\frac{35}{35}x = -\frac{40}{21}$	Ahora en un número racional el mismo número en el numerado y en el denominador es igual a 1
$1 \cdot x = -\frac{40}{21}$	Se aplica la propiedad modulativa
$x = -\frac{40}{21}$	Para que la ecuación sea una igualdad numérica se debe reemplazar la variable por el valor encontrado.

Método de la Transposición de los términos.

$-\frac{7}{5}x = \frac{8}{3}$	Ecuación original, Despejando la variable y pasando el coeficiente a dividir al otro lado.
$x = \frac{8}{3} \div \left(-\frac{7}{5}\right)$	Reexpresando la división entre racionales
$x = \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$	Realizando la operación de la derecha, la izquierda se deja quieta
$x = -\frac{40}{21}$	Se obtuvo el mismo resultado, por ambos métodos

Verificación o Prueba

$-\frac{7}{5}x = \frac{8}{3}$	En la ecuación original se reemplaza a la variable por el valor encontrado
$-\frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{40}{21}\right) = \frac{8}{3}$	Antes de multiplicar se puede simplificar el 40 y el 5 tienen quinta y e y el 7 y el 21 tiene séptima o se simplifica al final.
$\frac{280}{105} = \frac{8}{3}$	Ahora se simplifica el lado izquierdo, sacándole quinta
$\frac{56}{21} = \frac{8}{3}$	Ahora se le saca séptima
$\frac{8}{3} = \frac{8}{3}$	Se obtiene una igualdad numérica

ACTIVIDAD 05. Ecuaciones Multiplicativas en Q

Resuelve las siguientes ecuaciones multiplicativas con racionales

a. $\frac{4}{3}x = -\frac{2}{5}$

b. $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{4} = -\frac{1}{2}$

c. $x \cdot \left(\frac{1}{3} \div \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$

d. $-\frac{2}{3}x = \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{6}$

<u>CONVERSIÓN DE UNA FRACCIÓN A DECIMAL Y CLASIFICACIÓN DE DECIMALES (SEMANA 05 – 2P)</u>

Para convertir un racional a número decimal se divide el numerador ente el denominador:

Ejemplo 01

Convertir el número racional $\frac{7}{4}$ a decimal.

Se divide el numerado entre el denominador

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \cline{2-2} 30 & 1{,}75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array} \qquad \frac{7}{4} = 1{,}75$$

Ejemplo 02

Convertir el racional $\frac{7}{12}$ decimal

$$\begin{array}{r|l} 70 & 12 \\ \cline{2-2} 100 & 0{,}5833\ldots \\ 40 & \\ 40 & \\ 4 & \end{array} \qquad \frac{7}{12} = 0{,}5833\ldots$$

Ejemplo 03

Expresar $\frac{17}{12}$ a decimal

$$\begin{array}{r|l} 17 & 12 \\ \cline{2-2} 50 & 1{,}4166\ldots \\ 20 & \\ 80 & \\ 80 & \\ 8 & \end{array} \qquad \frac{17}{12} = 1{,}4166\ldots$$

Ejemplo 04

Expresar $\frac{5}{8}$ a decimal

$$\begin{array}{r|l} 50 & 8 \\ \cline{2-2} 20 & 0{,}625 \\ 40 & \\ 0 & \end{array} \qquad \frac{5}{8} = 0{,}625$$

Ejemplo 05

Expresar $\frac{4}{3}$ a decimal

$$\begin{array}{r|l} 4 & 3 \\ \cline{2-2} 10 & 1{,}33\ldots \\ 10 & \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{4}{3} = 1{,}333\ldots$$

Antes de entrar a clasificar los diferentes tipos de decimales que se pueden obtener al expresar un racional a su forma decimal; se deben aclarar el término:

Período: El período en un número racional es la cifra o grupo de cifra que se repiten infinitamente. Como, por ejemplo:

Sea el decimal $0{,}275275275\ldots$ Observe que las cifras 275 se repiten infinitamente a ese grupo de cifras es a lo que se denomina período

En el número $0{,}45345345345\ldots$ el grupo de cifras 345 es el período, porque se repite infinitamente.

Tipo De Decimales

Al expresar un racional a su forma decimal se puede obtener uno y solo uno de los siguientes decimales:

Decimal Finito: Es aquel decimal en el cual se llega a un punto que la división termina, es decir es aquel decimal cuyas cifras decimales se pueden contar. Como el decimal del ejemplo 01 y el 04

Decimal Periódico puro: es aquel decimal cuyo período empieza inmediatamente después de la coma, Como por ejemplo el número del ejemplo 05

Decimal Periódico Mixto: Es aquel decimal que entre la coma y el período tiene cifras que no pertenece al período, como por ejemplo los decimales de los ejemplos 02 y 03

ACTIVIDAD 06. Conversión a Número Decimal y Clasificación de Decimales

Convierte a decimal las siguientes fracciones e indica a que tipo de decimal e pertenece (finito, periódico puro o periódico puro.

a. $-\frac{3}{7}$
b. $\frac{22}{7}$
c. $\frac{5}{9}$
d. $-\frac{6}{13}$
e. $\frac{13}{4}$
f. $-\frac{11}{21}$
g. $\frac{6}{10}$

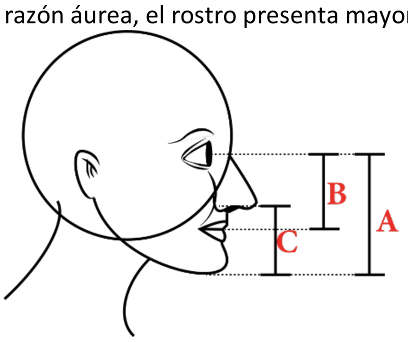
NÚMEROS IRRACIONALES (SEMANA 06 – 2P)

Indicador de Desempeño: Reconoce las expresiones numéricas que corresponden a números irracionales.

Situación

La razón áurea (φ) es una cantidad irracional, que fue utilizada por los artistas del Renacimiento para describir proporciones del cuerpo humano.$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Por ejemplo, en la figura se muestra algunas dimensiones del rostro. En la medida en que $\frac{A}{B}$ y $\frac{A}{C}$ se aproximan al valor de la razón áurea, el rostro presenta mayor armonía.



La expresión decimal de φ tiene infinitas cifras decimales, que no se repiten por períodos.$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}6180339887498948 \ldots$

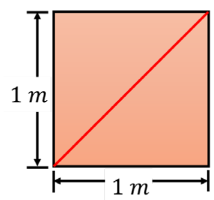
Número Irracional

es un

Número que no puede expresarse en la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y b es diferente de cero.
Su expresión decimal tiene infinitas cifras decimales que no se repiten en forma periódica .
Son números irracionales:

- Las raíces cuadradas de número naturales que no son cuadrados perfectos.
  - $\sqrt{2} = 1{,}414213562 \ldots$
  - $\sqrt{5} = 2{,}236067977 \ldots$
  - $\sqrt{3} = 1{,}732050808 \ldots$
  - $\sqrt{6} = 2{,}449489743 \ldots$
- La relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia es el número irracional π. Es decir, el número $\pi = 3{,}141592654 \ldots$

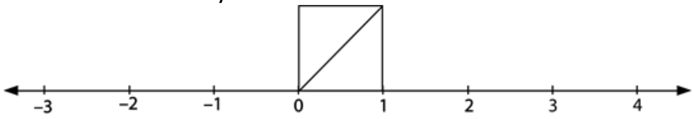
Otro número irracional se obtiene de hallar la medida de un cuadrado como el que sigue

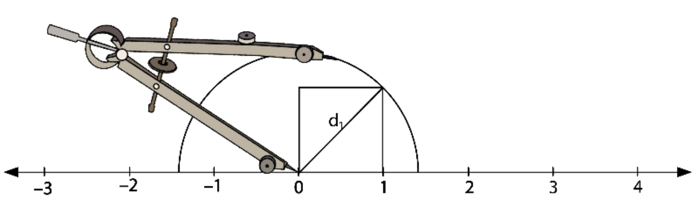


Como la diagonal del cuadrado divide a dicho cuadrado en dos triángulos rectángulo, se le puede aplicar el teorema de Pitágoras, con el fin de hallar la medida de dicha diagonal:
La medida de la diagonal del cuadrado base es:

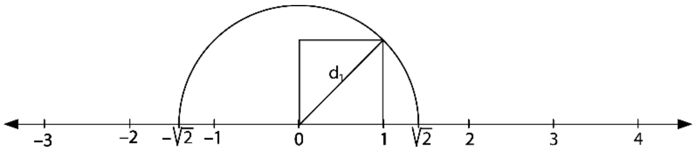
$$d^2 = 1^2 + 1^2$$
$$d^2 = 1 + 1$$
$$d^2 = 2$$
$$\sqrt[2]{d^2} = \sqrt[2]{2}$$
$$d = \sqrt[2]{2}$$

Como representar el número irracional $\sqrt{2}$ en la recta numérica
Para ello se construye un cuadrado de lado uno sobre la recta numérica. Y se traza su diagonal y se calcula su valor

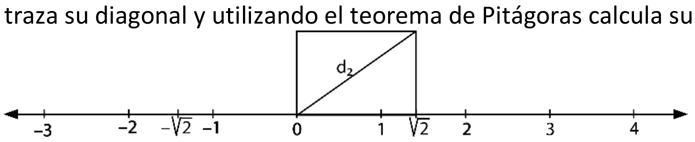


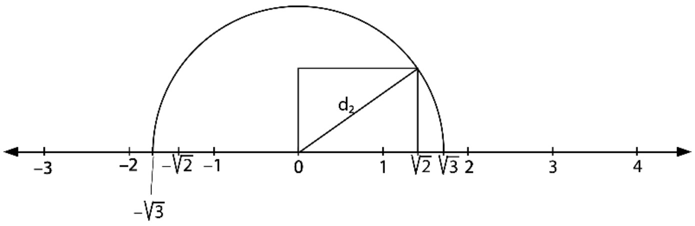


Por el teorema de Pitágoras se calcula la medida de la diagonal para un cuadrado de lado 1
$d_1^2 = 1^2 + 1^2$ se desarrollan las potencias
$d_1^2 = 1 + 1$ se realiza la operación del lado derecho
$d_1^2 = 2$ extrayendo raíz cuadrada a ambos lados
$\sqrt{d_1^2} = \sqrt{2}$ como el exponente es igual índice se cancelan
$d_1 = \sqrt{2}$ entonces la diagonal mide $\sqrt{2}$
Con ayuda del compás se produce una abertura igual a la diagonal y se traza un arco que corte a la recta a la derecha del cero para el número irracional positivo $\sqrt{2}$ y a la izquierda para el irracional negativo $-\sqrt{2}$



Si se quiere ubicar otro número irracional en la recta numérica construye un rectángulo de base $\sqrt{2}$ y de altura 1 unidad y traza su diagonal y utilizando el teorema de Pitágoras calcula su valor





$d_2^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$ Como el exponente es igual al índice del radical se puede cancelar y queda 2

$d_2^2 = 2 + 1$ se realiza la operación de la derecha

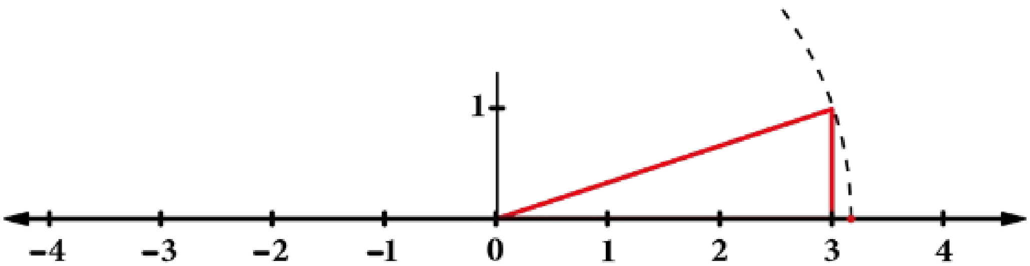
$d_2^2 = 3$ se extrae raíz cuadrada a ambos lados

$\sqrt{d_2^2} = \sqrt{3}$ como el exponente y el índice del signo radical son iguales se cancelan

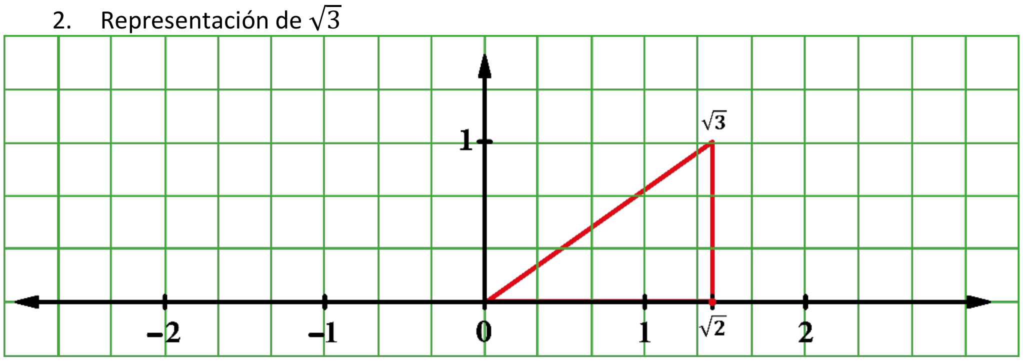
$d_2 = \sqrt{3}$ ahora con ayuda del compás se traza un arco que corte a la recta numérica a la derecha de cero para $\sqrt{3}$ y a la izquierda para $-\sqrt{3}$

ACTIVIDAD 07. Números Irracionales

1. Identifica el número irracional que se ha representado



2. Representación de $\sqrt{3}$

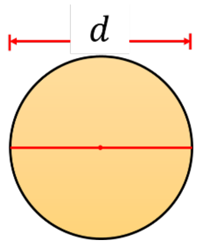


<u>REDONDEO DE NÚMEROS IRRACIONALES (SEMANA 07 -2P)</u>

INDICADOR DE DESEMPEÑO: Redondea expresiones decimales de números irracionales

Situación:

Descubrir las cifras decimales del número irracional π ha sido uno de los grandes retos para los matemáticos.



$$\frac{l}{d} = \pi$$

Donde l es la longitud de la circunferencia.

Hoy en día se cuenta con programas computacionales que permiten calcular gran cantidad de cifras de π.

Las primeras 48 cifras decimales de π son:

3,14159265358979323846264338327950288419716993751

La calculadora arroja una cantidad limitada de cifras del número π. Si la calculadora arroja 10 cifras decimales, entonces:

$$\boldsymbol{\pi = 3{,}1415926536} \longleftarrow \boxed{\text{Redondeo a la décima cifra}}$$

Si la calculadora arroja 8 cifras decimales, entonces:

$$\boldsymbol{\pi = 3{,}14159265} \longleftarrow \boxed{\text{Redondeo a la octava cifra}}$$

Aproximación de expresiones decimales por redondeo

consiste en

Cortar la expansión decimal del número decimal a partir de cierta cifra, teniendo en cuenta los siguientes casos:

- Si la primera de las cifras que se eliminan es 0, 1, 2, 3, o 4, la cifra anterior se mantiene igual.
  Por ejemplo, el redondeo de $\sqrt{2}$ a las décimas es el siguiente:

Primera cifra de las que se elimina

$$\sqrt{2} = 1,414213562\ldots \approx 1,4$$

Es menor que cinco

- Si la primera cifra de las que se van a eliminar es 5, 6, 7, 8, o 9, la cifra anterior aumenta su valor en una unidad.
  Así, el redondeo de $\sqrt{5}$ a las centésimas es.

primera cifra que se elimina

$$\sqrt{5} = 2,236067977\ldots \approx 2,24$$

es mayor que 5

ACTIVIDAD 8. Redondeo de Números Racionales

Aproxima los números a la cifra resaltada, en cada caso.

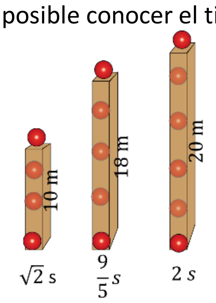
Número	Aproximación por redondeo	Número	Aproximación por redondeo
$\sqrt{3} = 1,7320508\ldots$		$\sqrt{13} = 3,605551275\ldots$	
$\sqrt{7} = 2,6457513\ldots$		$\sqrt{8} = 2,828427125\ldots$	
$\sqrt{10} = 3,16227766\ldots$		$\sqrt{12} = 3,464101615\ldots$	
$\sqrt{5} = 2,236067977\ldots$		$\sqrt{20} = 4,472135955$	

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES (SEMANA 8 - 2P)

Indicador de Desempeño: Identifica el conjunto de los números reales.

Situación

Si se conoce la altura desde la que cae un cuerpo, es posible conocer el tiempo que tarda en la caída.



El tiempo es una magnitud continua, que puede tomar cualquier número real. Las cantidades $\sqrt{2}$, $\frac{9}{5}$, y 2 son números reales.

El conjunto de los números reales está formado por la unión de los números racionales y los números irracionales; es decir, $Q \cup I$

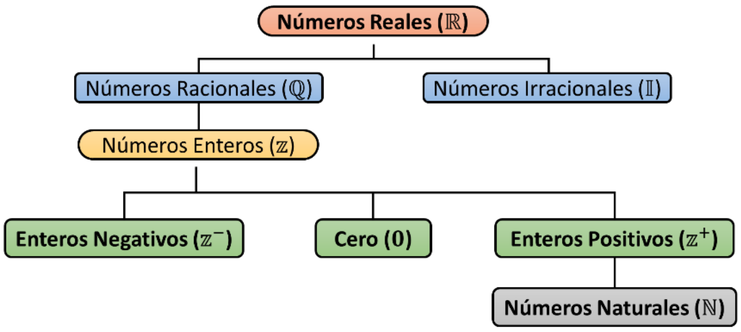
$$R = \{\ldots -5,\ \ldots,\ -\sqrt{2},\ \ldots, 0,\ \ldots,\ 1,\ \ldots,\ \frac{3}{2},\ \ldots,\ \sqrt{6},\ \ldots,\ \pi,\ \ldots,\ 10, \ldots\}$$

El Conjunto de los Números Reales ($\mathbb{R}$)

es la

Unión del conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$) con el de los números Irracionales ($\mathbb{I}$)

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$



ACTIVIDAD 08. Conjunto de Los Números Reales

Ubica cada número real en la recta numérica.

a. -1
b. 4
c. $3{,}8$
d. $\sqrt{2}$
e. $\frac{3}{2}$
f. $-\frac{5}{4}$
g. $0{,}5$
h. $\sqrt{5}$

ORDEN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

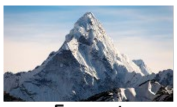
Indicador de Desempeño: Establece la relación de orden entre dos números reales.

Situación

En las imágenes se muestran algunas de las montañas más altas del mundo.

CONVERSIÓN DE UNA FRACCIÓN A DECIMAL Y CLASIFICACIÓN DE DECIMALES (SEMANA 08 – 2P)

Para convertir un racional a número decimal se divide el numerador ente el denominador:


Everest
8,848 km


Makalu
8,481 km


Annapurna
8,078 km


Godwin-Austen
8,611 km

Para establecer el orden de las alturas de las montañas, es necesario comparar las cantidades 8,611; 8,481; 8,078; 8,598 y 8,848. En este caso, aunque la parte entera es igual, los números difieren en la primera cifra decimal.

8,**6**11 8,**4**81 8,**0**78 8,**5**98 8,**8**48

$$0 < 4 < 5 < 6 < 8$$

Por lo tanto:

$$8{,}078 < 8{,}481 < 8{,}598 < 8{,}611 < 8{,}848$$

Si las cifras de las décimas fueran iguales, pasaríamos a analizar las cifras de las centésimas y así sucesivamente.

Relación de orden entre números Reales

Para todo número real "a" se cumple una y solo una de las siguientes relaciones:
$a = 0, a < 0\ o a > 0$
Si a>0, se dice que "a" es positivo.
Si a<0, se dice que "a" es negativo

Además:

$$a < b, si\ a - b < 0$$
$$a > b, si\ a - b > 0$$
$$a = b, si\ a - b = 0$$

ACTIVIDAD 9. Orden en el Conjunto de los Números Reales

1. Ubica cada par de números reales en la recta numérica e indica su relación de orden.
   a. $2 > \sqrt{2}$
   b. $-\frac{2}{4} \quad -\frac{1}{2}$
   c. $-\sqrt{3} \quad -1$
   d. $\frac{\pi}{2} \quad 2$
2. Establece la relación de orden entre cada par de números.
   a. 3,245 3,265
   b. 1,2542689 1,2542489
   c. 4,162432591 4,162432593
   d. 0,03214567 0,03254567
   e. 35,4170041 35,4160041
   f. 3,9842689 3,9846289