	INSTITUCIÓN EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA AURES
	GUÍA DIDÁCTICA TERCER PERIODO – ARITMÉTICA

IDENTIFICACIÓN							
DOCENTE	**Mauricio Castro López**			**GRADO**	**6º 1, 2, 3**		
TIPO DE GUÍA:	**REPASO**		**INFORMATIVA**	**x**	**EJERCITACIÓN**	**x**	
DURACIÓN	**Ocho semanas del tercer periodo. Semana 21 al 28**						
INDICADORES DE DESEMPEÑO	Interpreta los números naturales, enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos).						
CONTENIDOS	▪ Números primos y números compuestos. ▪ Descomposición en factores primos. ▪ Máximo común divisor. ▪ Mínimo común múltiplo. ▪ Fracciones ▪ Fracciones equivalentes. ▪ Comparación de fracciones. ▪ Operaciones con fracciones.						

NÚMEROS PRIMOS Y NÚMEROS COMPUESTOS.

NÚMERO PRIMO ABSOLUTO

Es aquel número entero positivo, mayor que 1, que se divide sin resto sólo por la unidad y por sí mismo. Ejemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67

NÚMERO COMPUESTO

Es aquel número entero positivo que admite divisores distintos de la unidad y de sí mismo.

DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

Diremos que un número entero mayor que 1 es un **número es primo** si es divisible sólo entre él mismo y el número uno, por ejemplo, el número 7 es un número primo pues sus divisores exactos son sólo 7 y 1. Pues si consideramos todos los números enteros menores que 7 y vemos las divisiones es posible determinar que las únicas divisiones exactas son entre 1 y 7

Los números primos menores que 100 son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Si un número entero mayor que 1 no es primo, se llama **número compuesto** y en ocasiones, es necesario reescribir números compuestos como el producto de todos los números primos que lo componen con el fin de simplificar expresiones muy complejas, a esto lo llamaremos **descomposición en factores primos**.

Ejemplo Descomponga el número 48 en todos factores primos.
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El máximo común divisor, $m.c.d.$ de dos o más números es el mayor número que divide a todos de manera exacta. Para realizar el cálculo del máximo común divisor se procede de la siguiente manera:
Se descomponen todos los números en factores primos.
Se toman los factores comunes con menor exponente.
Se multiplican los factores comunes con menor exponente.

Ejemplo: Hallar el $m.c.d.$ de: $72, 108$ y 60.

1 Descomponemos los números en factores primos

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

Así, los números se escriben de la forma

$$\begin{aligned} 72 &= 2^3 \cdot 3^2 \\ 108 &= 2^2 \cdot 3^3 \\ 60 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned}$$

2 Los factores comunes con menor exponente son $2^2, 3$

3 Para calcular el $m.c.d.$ multiplicamos los factores comunes con menor exponente

$$m.c.d.(72, 108, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Hay que notar que **si un número es divisor de otro,** entonces éste es el $m.c.d.$ de ambos

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo $m.c.m.$ es el menor de todos múltiplos comunes a varios números, excluido el cero. **Cálculo del mínimo común múltiplo:**

Se descomponen los números en factores primos.
Se toman los factores comunes y no comunes con mayor exponente.
Se multiplican los factores comunes y no comunes con mayor exponente.

Ejemplo: Hallar el $m.c.m.$ de: $72, 108$ y 60.

1 Descomponemos los números en factores primos

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

Así, los números se escriben de la forma

$$\begin{aligned} 72 &= 2^3 \cdot 3^2 \\ 108 &= 2^2 \cdot 3^3 \\ 60 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{aligned}$$

2 Los factores comunes y no comunes con mayor exponente son $2^3, 3^3, 5$

3 Para calcular el $m.c.m.$ multiplicamos los factores comunes y no comunes con mayor exponente

$$m.c.m.(72, 108, 60) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$$

Así, $1,080$ es el menor número que puede ser dividido por $72, 108$ y 60.

ACTIVIDAD # 1

1. Calcular el $m.c.d.$ y $m.c.m.$ de 428 y 376
2. Calcular el $m.c.d.$ y $m.c.m.$ de 148 y 156
3. Calcular el $m.c.d.$ y $m.c.m.$ de 600 y 1000
4. Calcular el $m.c.d.$ y $m.c.m.$ de $1048, 786$ y 3930
5. Calcular el $m.c.d.$ y $m.c.m.$ de $3120, 6200$ y 1864
6. Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las $6:30$ de la tarde los tres coinciden. ¿A qué hora volverán a coincidir nuevamente?

7. Un comerciante viaja de Medellín a Bogotá cada 18 días y otro hace el mismo recorrido cada 24 días. Hoy han estado los dos en Bogotá. ¿Dentro de cuantos días volverán a estar los dos a la vez en Barcelona?

DEFINICIÓN DE FRACCIÓN

Una fracción es el cociente de dos números enteros a y b, que representamos de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b}, \qquad b \neq 0$$

Tipos de fracciones

Fracciones propias

Son aquellas cuyo numerador es menor que el denominador. Su valor comprendido está entre cero y uno. Por ejemplo:

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{11}{100}, \quad \frac{3}{7}$$

Fracciones impropias

Las fracciones impropias son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador. Su valor es mayor que 1. Por ejemplo:

$$\frac{5}{2}, \quad \frac{7}{5}, \quad \frac{100}{10}$$

Numero mixto

Número mixto es el que está compuesto de parte entera y fraccionaria. Para pasar de número mixto a fracción, se deja el mismo denominador y el numerador es la suma del producto del entero por el denominador más el numerador, del número mixto.
Para pasar una fracción impropia a número mixto, se divide el numerador por el denominador. El cociente es el entero del número mixto y el resto el numerador de la fracción, siendo el denominador el mismo.

Por ejemplo, si tenemos el número mixto $5\frac{1}{2}$, para pasar a fracciones debemos de hacer lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
5\frac{1}{2} &= \frac{(5)(2)}{2} + \frac{1}{2} \\
&= \frac{(5)(2)+1}{2} \\
&= \frac{10+1}{2} \\
&= \frac{11}{2}
\end{aligned}
$$

Por otro lado, para pasar de la fracción impropia $\frac{7}{3}$ hacemos lo siguiente

$$
\begin{aligned}
\frac{7}{3} &= \frac{6+1}{3} \\
&= \frac{(2)(3)+1}{3} \\
&= 2\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

__Fracciones unidad y unitarias__: Las fracciones unidad tienen el numerador igual al denominador. El valor numérico es igual a 1. Ejemplos de fracciones unidad son los siguientes

$$\frac{5}{5}, \quad \frac{123}{123}, \quad \frac{13}{13}$$

Las fracciones unitarias tienen de numerador la unidad. Por ejemplo

$$\frac{1}{5}, \quad \frac{1}{123}, \quad \frac{1}{13}$$

Fracciones decimales: Las fracciones decimales tienen como denominador una potencia de 10.

$$\frac{7}{100}, \quad \frac{11}{10}, \quad \frac{67}{1000}$$

__FRACCIONES EQUIVALENTES__

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios, en otras palabras:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \Leftrightarrow \qquad ad = bc$$

en donde a a y d se les conoce como extremos y a b y c como medios.

__Fracciones Irreducibles__

Las fracciones irreducibles son aquellas que no se pueden simplificar, esto sucede cuando el numerador y el denominador no tiene factor común alguno. Por ejemplo, las siguientes fracciones son irreducibles.

$$\frac{2}{7}, \qquad \frac{8}{9}, \qquad \frac{13}{50}$$

Reducción de fracciones a común denominador

Reducir varias fracciones a común denominador consiste en convertirlas en otras equivalentes que tengan el mismo denominador. Para ello:
Se determina el denominador común, que será el mínimo común múltiplo de los denominadores.
Este denominador, común, se divide por cada uno de los denominadores, multiplicándose el cociente obtenido por el numerador correspondiente.

Por ejemplo, consideremos las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{8}{6}$, su común denominador es

$$\mathrm{MCM}(5,6) = 30$$

Por lo tanto, podemos expresar ambas fracciones como

$$\frac{3}{5} = \frac{(3)(6)}{(5)(6)} = \frac{18}{30}$$ y $$\frac{8}{6} = \frac{(8)(5)}{(6)(5)} = \frac{40}{30}$$

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Podemos comparar dos fracciones según sus denominador y numerador. En general tenemos estos tres casos:

Fracciones con igual denominador

De dos fracciones que tienen el mismo denominador es menor el que tiene menor numerador. Por ejemplo, consideremos las fracciones.

$$\frac{7}{9}, \qquad \frac{5}{9}$$

Entonces

$$\frac{7}{9} > \frac{5}{9}$$

Fracciones con igual numerador

De dos fracciones que tienen el mismo numerador es menor el que tiene mayor denominador. Por ejemplo, consideremos las fracciones

$$\frac{3}{9}, \qquad \frac{3}{7}$$

Entonces

$$\frac{3}{7} > \frac{3}{9}$$

Con numeradores y denominadores distintos

Notemos que este caso no es complicado. En primer lugar las tenemos que poner a común denominador. Una vez hecho esto comparamos directamente los numeradores ya que ahora tendrían mismo común denominador.

Números racionales:

Se llama número racional a todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero. Al conjunto de todos los números racionales lo denotamos como $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,\middle|\, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Operaciones de números raciones

Suma y resta de números raciones

Cuando se tiene el mismo denominador simplemente se suman (o restan) los numeradores y se mantiene el denominador.

Cuando se tienen distintos denominadores éstos se reducen a común denominador, y se suman (o restan) los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

Producto de números raciones

El producto de dos números racionales es otro número racional el cual tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores. Esto es

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{(a)(c)}{(b)(d)}$$

Cociente de números racionales

El cociente de números racionales es otro número racional que tiene por numerador el producto de los extremos y por denominador el producto de los medios. Por ejemplo

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{(a)(d)}{(b)(c)}$$

Potencias de números racionales

Se tiene que un número racional elevado a la n-ésima potencia es igual elevar el numerador y el denominador a la n-ésimia potencia. En pocas palabras

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ACTIVIDAD # 2

1. **Clasifica las siguientes fracciones como propias o impropias**

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6}$

c) $\frac{8}{5}$

d) $\frac{17}{9}$

e) $\frac{5}{2}$

f) $\frac{5}{12}$

g) $\frac{3}{4}$

h) $\frac{7}{5}$

2. Comprueba si los siguientes pares de fracciones son equivalentes o no

a) $\frac{4}{3}$ y $\frac{12}{9}$ b) $\frac{8}{3}$ y $\frac{16}{6}$ c) $\frac{4}{7}$ y $\frac{8}{21}$ d) $\frac{5}{7}$ y $\frac{15}{21}$

3. Completa los espacios para formar fracciones equivalentes a las dadas:

a) $\frac{3}{2} = \frac{\_\_\_}{10}$

b) $\frac{11}{2} = \frac{44}{\_\_\_}$

4. Simplifica las siguientes operaciones con potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$ **b)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^3$ d) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$

PROCESO EVALUATIVO. La solución de las actividades contenidas en este documento, se valora en las asignaturas (geometría y estadística) y se asignará una calificación al compromiso y responsabilidad académica. **PAUTAS DE ENTREGA:** • La solución de las actividades propuestas en la guía, pueden ser realizadas en un documento electrónico, cuaderno de la asignatura. Al finalizar, le tomas fotografías a cada una de las hojas en las que desarrollaste los ejercicios o el documento electrónico y lo envías al correo docente.mauriciocl@gmail.com.
FECHAS DE ENTREGA **Actividad #1** - El plazo máximo de entrega es el día jueves 12 de agosto de 2021 (semana 25) **Actividad #2** - El plazo máximo de entrega es el día jueves 2 de septiembre de 2021 (Semana 28) **PLATAFORMA DE ENTREGA**: Correo electrónico
Bibliografía. http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/21017/1/Estad%C3%Adstica%20b%C3%A1sica%20I.pdf http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/grficas_estadsticas.html