



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA
CONCEJO MUNICIPAL DE ITAGÜÍ**
"Ser Mejores un Compromiso de Todos"

GUÍA DE APRENDIZAJE



ÁREA: MATEMÁTICAS
GRADO: 11°
TEMA No 3: PENSAMIENTO NUMERICO VARIACIONAL II
DURACIÓN EN DÍAS: 25
DURACIÓN EN HORAS: 20
ANALISTA: ELCY ELISA ANDRADE ANDRADE

ESTÁNDAR, COMPETENCIAS, APRENDIZAJES Y EVIDENCIAS

STANDAR	COMPETENCIA	APRENDIZAJES	EVIDENCIAS
Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.	Interpretación y representación	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas.
Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.	Interpretación y representación	Comprende y transforma información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas.
Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.	Formulación y ejecución.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	-Diseña planes para la solución de problemas que involucren información cuantitativa o esquemática. - Ejecuta un plan de solución para un problema que involucra información cuantitativa o esquemática. - Resuelve un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.
Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad)	Interpretación y representación	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	-Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas. - Transforma la representación de una o más piezas de información.

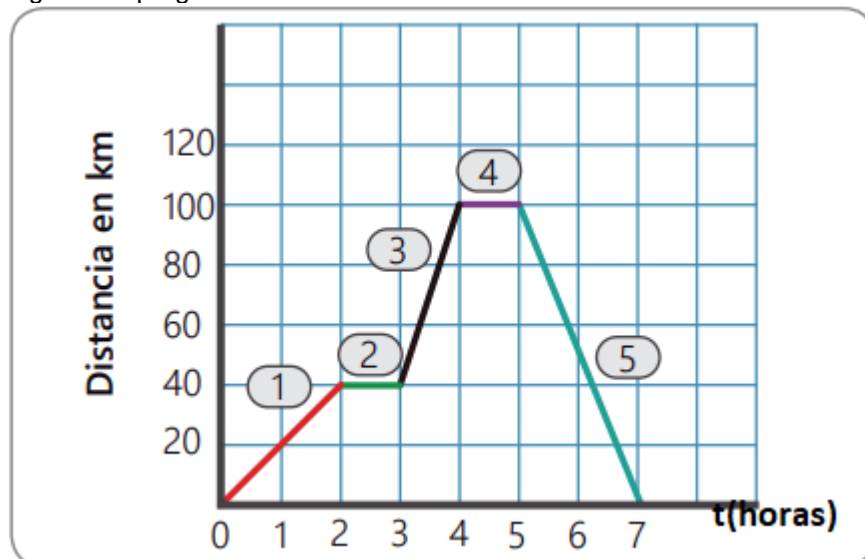
ARTICULACIÓN DE ÁREAS

ÁREA	COMPETENCIA	CONTENIDOS- ACTIVIDAD	ETAPA
Ciencias	Explicación de fenómenos	Temas 1 y 2. CINÉTICA, EQUILIBRIO Y PH; HIDROCARBURO. construcción de tablas y gráficas e interpretación de las mismas	Desarrollo de la habilidad
Tecnología		Guía Nro 2 Herramientas Web 1 Utilizo adecuadamente herramientas informáticas de uso común para la búsqueda y procesamiento de la información y la comunicación de ideas.	Desarrollo de la habilidad
Física	Explicación de fenómenos	Guía 3. Fenómenos ondulatorios.	Desarrollo de la habilidad

PUNTO DE PARTIDA Y PUNTO DE LLEGADA

<u>Actividades a desarrollar *</u>	PRIMERA ACTIVIDAD Analiza la siguiente gráfica. Esta representa el trayecto descrito por un vehículo en el cual se hacen entregas domiciliarias de encomiendas. En el desplazamiento se presentan
------------------------------------	---

cinco momentos durante el día, de acuerdo a lo anterior y a la gráfica, contesta las siguientes preguntas:



- ¿Qué variables intervienen en los gráficos que aparecen?
- ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente en cada gráfica?
- ¿Qué distancia recorre el vehículo en el momento 1?
- ¿Qué distancia recorre el vehículo en el momento 3?
- ¿Cuál es la velocidad del vehículo en el momento 1 ($V = \text{distancia} / \text{tiempo}$)?
- ¿Cuál es la razón de cambio o pendiente para el momento 1?
- ¿En qué momentos se realizan las entregas?
- ¿Cuál es la razón de cambio para el momento 3?
- ¿Cuál es la pendiente para los momentos 2 y 4?
- ¿Hacia dónde se dirige el vehículo en el momento 5?
- ¿Cuál es la pendiente para el momento 5?
- ¿Cómo puedes explicar la respuesta anterior con respecto al contexto de la situación?

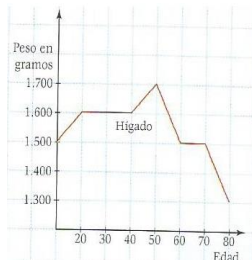
SEGUNDA ACTIVIDAD

LOS ÓRGANOS

A continuación se muestra el peso de órganos del ser humano y la edad.

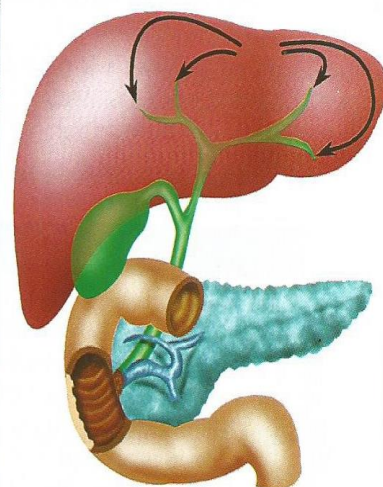
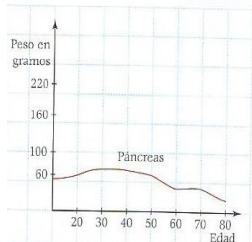
HÍGADO

Es la glándula más voluminosa del cuerpo y llega hasta 1.5 kg. Es uno de los órganos vitales para el organismo por el gran número de funciones que desempeña. Almacena grasas, vitaminas. Desintoxica el organismo y produce bilis, sustancia que facilita la digestión de grasas.



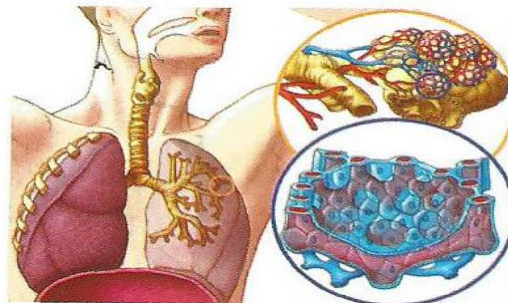
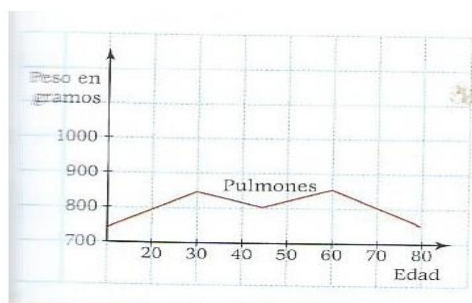
PÁNCREAS.

Es una glándula alargada que mide entre 12 y 15 cm de largo. Se encuentra ubicada debajo del estómago y produce dos elementos importantes para el pancreático y la insulina.



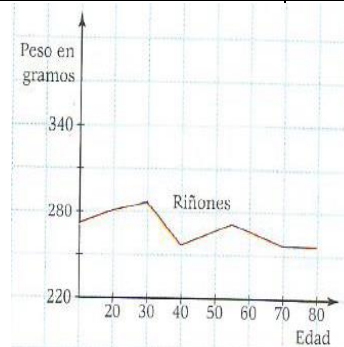
PULMONES

Son órganos esponjosos de color rosado en los niños, gris en los adultos y negro en los ancianos. Tienen aproximadamente 350 millones de alvéolos que permiten el intercambio de gases con la sangre del corazón.



RIÑONES

Son glándulas secretoras situadas simétricamente a los lados de la columna vertebral, en la región lumbar, y miden aproximadamente 12 cm. Filtran sangre RÍÑONES Son glándulas secretoras situadas simétricamente a los lados de la columna vertebral, en la región lumbar, y miden aproximadamente 12 cm. Filtran sangre extrayendo de ella los productos de desecho y el exceso de cualquier sustancia.



De acuerdo con las gráficas mostradas en cada órgano, responde las siguientes preguntas:

- Haga un listado sobre las funciones de los cuatro órganos en la lectura
- ¿Qué variables intervienen en los gráficos que aparecen?
- ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente en cada gráfica?
- ¿Entre qué edades presenta el hígado su mayor variación?
- ¿Qué órgano de los mencionados pesa más a los 30 años?
- ¿Qué órgano pesa menos a los 30 años?
- ¿Qué sucede con el peso de los órganos a medida que el ser humano envejece?
- ¿A qué edades los riñones aumentan de peso?
- ¿En qué intervalo de edades alcanzan los órganos su mayor peso?
- ¿Cuántos gramos aproximadamente tendrá que pesar el hígado de un hombre de 90 años?
- ¿Cuál de los órganos internos tiene mayor variación de peso?
- ¿Cuál presenta menor variación?

TERCERA ACTIVIDAD

Escribe en cada casilla el tipo de variación (directa, inversa, constante, oscilante, no identificada)

Escribe en las casillas para completar el tipo de variación que representa la gráfica.

Variación: <input type="text"/>	Variación: <input type="text"/>	Variación: <input type="text"/>	Variación: <input type="text"/>

CONSULTA Y RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Actividades a desarrollar *

1. Consulta el Libro Matemáticas 11° de Mineducación y llena el cuadro el siguiente o de alguna fuente confiable:

TÉRMINO	DEFINICIÓN	ILUSTRACIÓN
RELACIÓN		
FUNCIÓN		
DOMINIO DE UNA FUNCIÓN		
CODOMINIO DE UNA FUNCIÓN		
RANGO DE UNA FUNCIÓN		
FORMAS DE REPRESENTAR O DEFINIR FUNCIONES		
CLASES DE FUNCIONES EN LOS REALES		
VARIABLE INDEPENDIENTE		
VARIABLE DEPENDIENTE		
OPERACIONES ENTRE FUNCIONES		
FUNCIÓN COMPUESTA		
FUNCIÓN INYECTIVA Y		

	CRITERIO DE LA RECTA HORIZONTAL		
	FUNCIÓN SOBREYECTIVA		
	FUNCIÓN BIYECTIVA		
	FUNCIÓN CRECIENTE		
	FUNCIÓN DECRECIENTE		
	FUNCIONES PARES		
	FUNCIONES IMPARES		
	SIMETRÍAS		
	TRANSFORMACIÓN DE FUNCIONES		

Recursos Libro "vamos a aprender" 11° del Ministerio de educación
https://www.youtube.com/watch?v=yLCSdk_DjSs
Herramientas virtuales:
 - Plataforma Edmodo, plataforma meet
 -Graficador Geogebra
 -Tablero virtual

DESARROLLO DE LA HABILIDAD

Actividades a desarrollar *

1. Sea $A = \{1, 3, 5\}$ y $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ y las siguientes relaciones de A en B. Escribe en la línea **SI**, si la relación es función o **NO** si no lo es
 $R_1 = \{(1, 2), (3, 8), (5, 10)\}$, _____
 $R_2 = \{(1, 6), (3, 6), (5, 6)\}$ _____
 $R_3 = \{(1, 4), (3, 6), (3, 8), (5, 10)\}$ _____
 $R_4 = \{(1, 10), (3, 2)\}$ _____
 $R_5 = \{(3, 2), (3, 4), (3, 6), (3, 8), (3, 10)\}$ _____
 $R_6 = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$ _____

2. Observa la manera cómo se relacionan los elementos del conjunto de partida con el conjunto de llegada en cada caso y de termina cuáles corresponden a una función y cuáles no

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

X	1	2	3	4	5
Y	3	6	9	12	15

h)

X	0	1	4
Y	0	+1, -1	+2, -2

i)

j)

k)

l)

m)

n)

o)

p)

3. Sea el conjunto $M = \{\text{Federico, Pablo, Dylan}\}$ y $N = \{\text{Martha, Andrea, Juliana}\}$

Verónica y Clara} y la relación R_3 de M en N "ser novio de"

- a) Será siempre la relación R_3 una relación funcional?
- b) En qué casos R_3 no sería una función (ilústralo con un ejemplo)
- c) En qué casos R_3 sería función (ilústralo con un ejemplo)

4. A un grupo de estudiantes de grado once, se les aplica una encuesta sobre la edad de cada uno de los integrantes de este. Los resultados, permiten establecer la siguiente conclusión: la edad mínima es de 15 años, la edad máxima es de 19 años. El profesor pide a los estudiantes que realicen un diagrama sobre la situación presentada y estos fueron 3 de los resultados presentados.



- a) Cuál o cuáles de los diagramas corresponden correctamente a la situación pedida por el profesor? Por qué?
- b) Cuáles de los diagramas corresponden a una función?

5. Sean las siguientes funciones en los Reales. Encuentra los valores propuestos en cada una.

- a) $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ halla $f(-1)$, $f(2)$,
- b) $h(x) = |3x - 1|$, halla $h(4)$, $h(-3)$
- c) $m(x) = \sqrt{9 + 3x}$, hallar: $m(1)$, $m(0)$, $m(-3)$
- d) $f(x) = \frac{2x - 5}{x - 1}$, hallar: $f(2)$, $f(-2)$
- e) $g(x) = 7$. Hallar $g(5)$, $g(-2)$, $g(0)$
- f) $f(x) = 4^x$, hallar $f(2)$, $f(-2)$, $f(0)$,

6. Encuentra el dominio de las siguientes funciones en los reales:

- a) $y = x^3 - 8x^2 + 7x$
- b) $f(x) = \frac{3x + 1}{x - 5}$
- c) $f(x) = \sqrt{3x - 12}$
- d) $y = |x + 2|$
- e) $y = \frac{x}{x^2 - 5x + 4}$
- f) $y = \sqrt[4]{x^2 - 25}$
- g) $f(x) = \text{Log}_2\left(\frac{x + 1}{x - 2}\right)$
- h) $y = \sqrt[3]{x^2 - 9}$
- i) $g(x) = 3^{2x - 1}$
- j) $m(x) = \frac{x - 3}{\sqrt{2x^2 + 3x}}$
- k) $y = x - 3$
- l) $h(x) = \frac{3}{x^3 - 9x}$

7. Encuentra el rango de las funciones

- :
- a) $y = 2x - 7$
 - b) $f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$,
 - c) $y = x^2 + 6x - 7$

8. Utiliza papel milimetrado para realizar la gráfica de las siguientes funciones el análisis de cada una (tipo de gráfico, cortes con los ejes, dominio, rango, eje de simetría si los hay, asíntotas si las hay, intervalos donde la función es positiva o negativa, intervalos donde crece y donde decrece, máximos y mínimos absolutos y relativos):

- a) $f(x) = 7$
- b) $f(x) = 4x - 1$
- c) $f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$,
- d) $y = |x + 3|$
- e) $y = x^2 + 6x - 7$
- f) $f(x) = x^3 - 9x$
- g) $f(x) = 3^x$
- h) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
- i) $y = \text{Log}_3(x)$
- j) $y = \text{Log}_{\frac{1}{3}}(x)$

$$k) f(x) = \begin{cases} x - 3, & \text{si } x < -1 \\ 2, & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ x + 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

8. Utiliza el graficador Geogebra u otro graficador rque manejes para graficar las siguientes funciones, realizando cada par en el mismo plano, luego de graficar debes escribir el tipo de función, ubicar sus puntos de cortes con los ejes, las semejanzas y diferencia de cada par

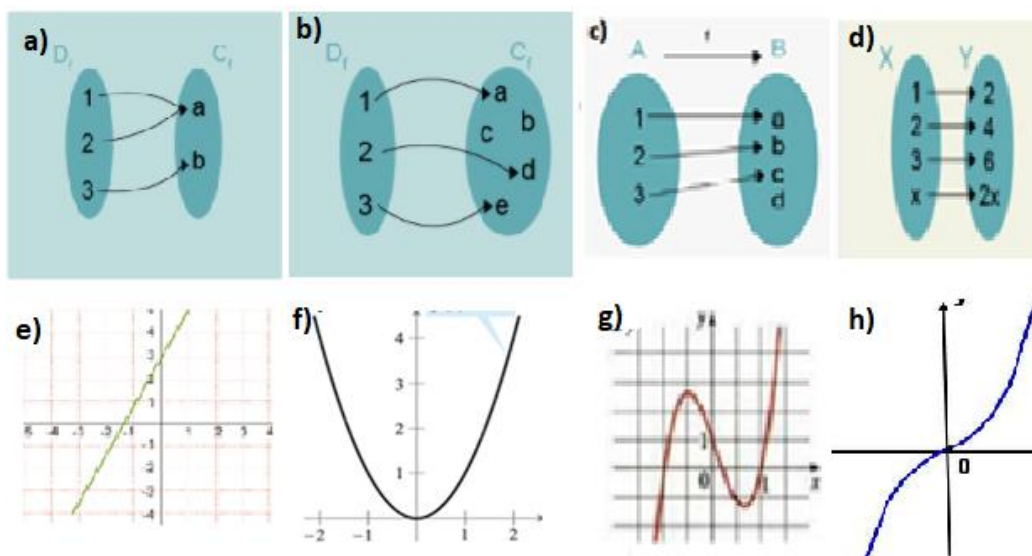
- a) $f(x) = 2x + 4$ b) $y = 1 - 3x$ c) $y = x^2 - 8x + 12$ d) $y = 9 - x^2$ e) $y = |3x - 5|$
 f) $f(x) = |x - 4|$ g) $y = |x^2 - 9|$

9. Realiza la suma ($f + g$) y la diferencia ($f - g$), producto $f \times g$, el cociente f/g y la función compuesta ($f \circ g$) y ($g \circ f$) de las funciones y halla el dominio de las operaciones

- a) $f(x) = 4x^2 + 3x - 5$ $g(x) = 2x - 3$, b) $f(x) = \sqrt{x + 2}$, $g(x) = x + 4$
 c) $f(x) = \frac{2x - 3}{x - 2}$, $g(x) = \frac{3}{2x + 3}$

10. Determinar cuáles de las siguientes funciones son inyectivas, cuáles son biyectivas y cuáles sobreyectivas. Justifica tu respuesta:

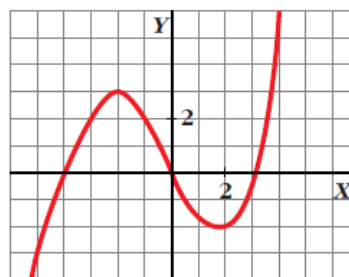
https://www.youtube.com/watch?v=yLCSdk_DjSs



b) Escribe una situación de la vida cotidiana donde se presente una función inyectiva, otra sobreyectiva y otra biyectiva

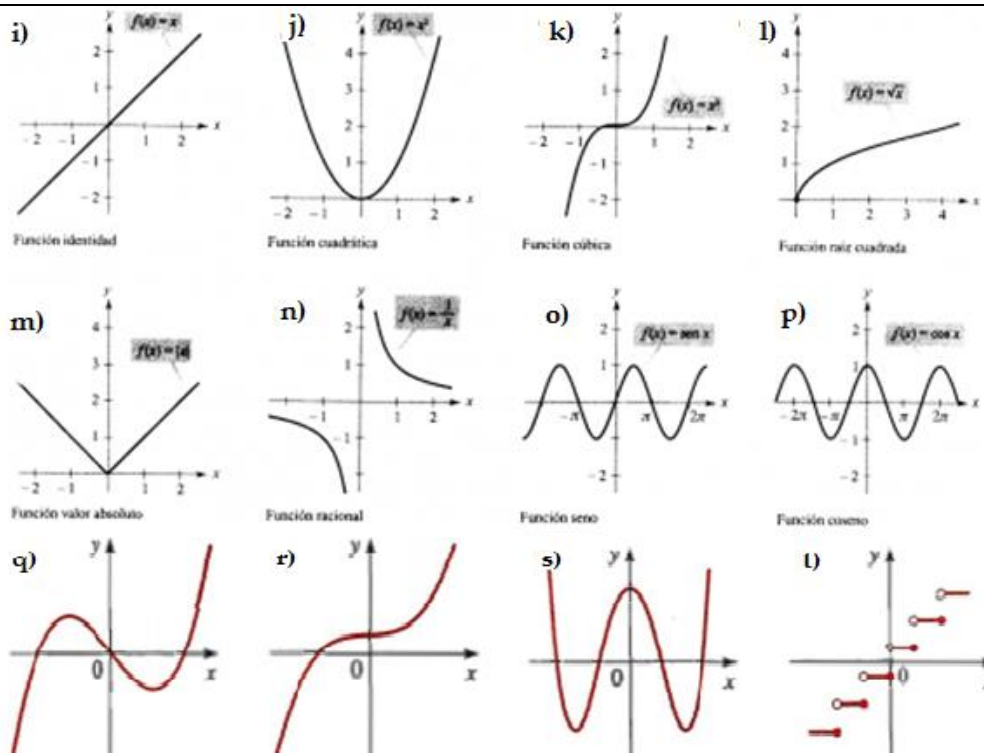
11. Calcula la variación y la tasa de variación media de las funciones en los siguientes intervalos:

- a) $f(x) = 2x + 1$ en $[1, 4]$
 b) $f(x) = x^2 - 3x$ en los siguientes intervalos:
 $[0, 1]$ $[2, 6]$ $[-1, 2]$
 c) La función de la gráfica en: $[-1, 2]$ b) $[2, 4]$



12. Estudia si las siguientes funciones son pares o impares o ninguna de ellas y cuál es su simetría.

- a) $f(x) = 2x^3 - x$ b) $f(x) = \frac{4x^2 - 5x^6}{x^2 - 3}$ c) $f(x) = x^5 + x^2 + x$ d) $y = 2x$
 e) $y = 6x^2 + 7x^4$ f) $f(x) = 5x^7$ g) $f(x) = -4x^2$ h) $f(x) = 3x - 10$



13. Determine si las siguientes funciones tienen inversa, en caso afirmativo encuéntrela y verifique que efectivamente es la inversa, en caso de tener inversa, trazar el gráfico de la función y su inversa, puedes utilizar el graficador.

- a) $y = 4x - 5$ b) $y = x^2 - 9$ c) $y = \sqrt{x + 2}$ d) $y = 2^x$

14. Representa en papel cuadrículado o milimetrado las funciones y a partir de su gráfica realiza las transformaciones indicadas:

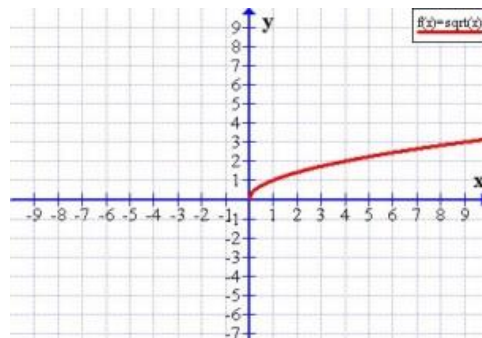
a) $y = f(x) = x^2$ y a partir de ella:

$y = x^2 + 5$ $y = x^2 - 2$ $y = -x^2$ $y = 3x^2$ $y = (x - 3)^2$

b) $y = f(x) = 2x$, a partir de ella:

$y = 2x - 3$ $y = 2x + 1$ $y = -2x$ $-2x + 2$

c) La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x) = \sqrt{x}$

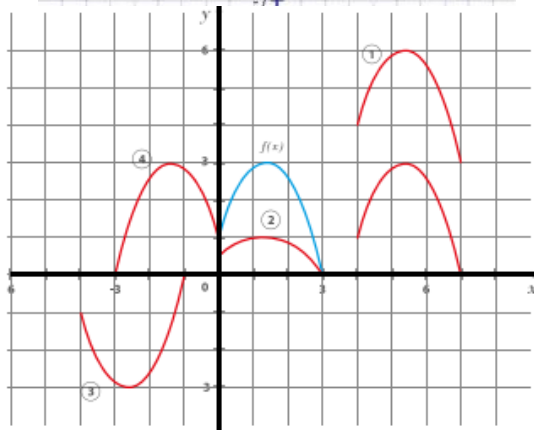


A partir de la función realice en el mismo plano la gráfica de:

$y = \sqrt{x} + 2$ $f(x) = \sqrt{x + 3}$
 $y = -\sqrt{x}$ $y = \sqrt{x - 1}$
 $y = \sqrt{x} - 1$ $y = 2\sqrt{x}$

15. A partir de $f(x)$, Compare cada ecuación con su gráfica.

- a. $y = 1 f(x)$ b. $y = -f(x + 4)$ c. $y = f(x - 4) + 3$ d. $y = f(-x)$



RELACIÓN

Actividades a desarrollar

1. El costo por la renta mensual de un apartamento en el centro de cierta ciudad colombiana es de \$450.000, mas una tarifa fija por mes de \$50.000 correspondientes a gasto de administración. La siguiente fórmula expresa la relación entre la cantidad pagada por la renta del apartamento y los meses transcurridos:

$C = 450.000X + 50.000$, donde X representa la cantidad de meses

- a) De acuerdo con la información anterior llena la tabla y responde las siguientes preguntas:

Meses transcurridos	1	2	3	4	5
Cantidad pagada					

b) Realiza la gráfica en el plano cartesiano
 c) Qué tipo de relación hay entre las dos variables?
 d) La relación corresponde a una función?
 e)Cuál es el dominio Cuál es el rango?

2. La tabla muestra la relación entre el número cajas de leche y el número de botellas que contienen las mismas:

Cajas de leche	Botellas de leche
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12

a) Expresa la fórmula que exprese la relación entre el número de cajas de leche y el número de botellas que contienen
 b) ¿Cuántas botellas contienen 9 cajas de leche?
 c) ¿La relación corresponde a una función?
 d) Cuál es el dominio y cuál es el rango?

3. Una empresa que transporta maletas establece sus tarifas de la siguiente manera: \$1000 por cada kilo y \$15.000 fijos por el transporte de la maleta.

a) Cuánto costará el transporte de una maleta si pesa 10 kg?,.
 b) completa la tabla

Peso en kg (x)	5	15	25	30
Precio en pesos (y)				

c) Expresa la fórmula de la función que relaciona el peso en kg y el costo del traslado de una maleta.

4. El costo total de un fabricante consiste en gastos indirectos fijos de \$5.000 más costos de producción de \$60 por cada unidad producida.

a) Encontrar el costo total como una función del número de unidades producidas y dibujar la gráfica.
 b) Determinar el costo de producir 250 unidades

5. Un automóvil aumenta su velocidad a medida que pasa el tiempo como se indica en la tabla

t(s)	0	1	2	3	4	5
V(m/s)	1	3	5	7	9	11

a) Hala la pendiente de la recta que describe esos puntos y explica a qué corresponde
 b) Escribe la función que relaciona a t con v
 c) Traza la gráfica de esa función
 d) Cuál será la velocidad del móvil a los 13 segundos si se sigue desplazando de la misma forma?

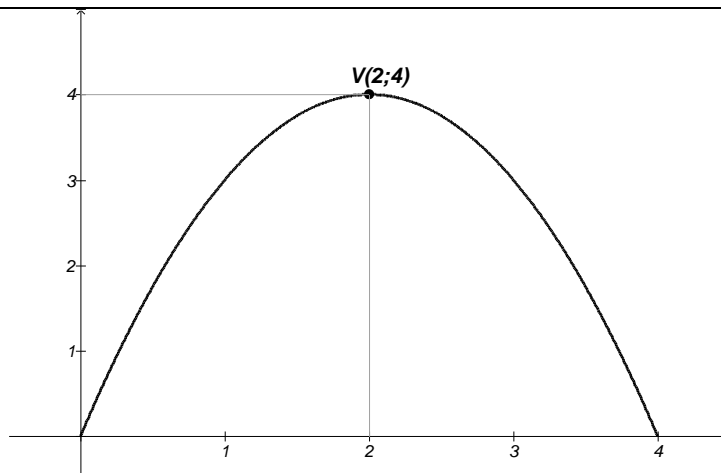
6. Un objeto cae desde una altura de 50 mts. Si la caída está descrita por la función: $f(t) = 5,1t^2$, donde f(t) se mide en m ¿cuál es la rapidez promedio del objeto durante los dos primeros segundos de la caída?

7. En una tienda de anillado aparece la siguiente lista de precios, según el número de páginas que tenga el documento:

Número de páginas	Precio por unidad
1 – 50	\$ 4.500
51- 100	\$ 7.000
101 – 150	\$ 9.500
151- 200	\$12.000
201 o más	\$14.500

a) Elabora la gráfica de la función
 b) Determina la expresión que relaciona el precio del anillado en función de la cantidad de páginas

8. Suponga que el gerente de una empresa que produce y vende CD's multimedia educativos, ha determinado que su función utilidad se modela mediante la regla de correspondencia $U(x) = 4x - x^2$; donde U está expresada en miles de dólares y x está expresada en miles de CD's producidos y vendidos.



A partir de la gráfica adjunta de la función utilidad U nos piden determinar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- a) Al producir y vender 2 000 CD's se hace máxima la utilidad. ()
- b) La utilidad máxima es 4 000. Dólares ()
- c) La utilidad es la misma al producir y vender 1000 CD's que producir y vender 3000 cd's ()
- d) $(1.8) < U(3)$. ()
- e) El dominio de la función es $[0, 4000]$ ()
- f) El rango de la función es $[0, 1000]$ ()
- g) La utilidad se hace nula para una producción de 2.000 cd's ()

9. Suponga que el fabricante de una lavadora compacta de ropa diseñada y fabricada para conjuntos habitacionales del PROGRAMA MI VIVIENDA ha encontrado que cuando el precio por unidad es p dólares, el ingreso R (en dólares) es $R(p) = -4p^2 + 4000p$. Se nos pide:

- Elaborar la gráfica de $R = R(p)$.
- Identificar su dominio.
- Identificar el precio unitario que maximiza el ingreso.
- Inferir el ingreso máximo.

10. Un elemento radioactivo que decae en su crecimiento $f(t)$ después de un tiempo t satisface la fórmula $f(t) = 60x2^{-0,02t}$

- a) Cuál es la cantidad de este elemento al inicio del proceso?
- b) Qué cantidad queda después de 500 años?
- c) Qué cantidad queda después de 1000 años?
- d) Qué cantidad queda después de 2000 años?

11. Una colonia particular de bacterias duplica su población cada 15 horas. Un científico haciendo un experimento empieza con 100 células de bacteria. Él espera que el número de células sea dado por la fórmula $c = 100(2)^{t/15}$ donde t es el número de horas desde el inicio del experimento. ¿Después de cuántas horas puede esperar el científico tener 300 bacterias?

12. El crecimiento de un cultivo de bacterias es tal que a cada 60 minutos se cuadruplica el número de las mismas. Si había 500 bacterias al iniciar el experimento y estas condiciones no varían. Halla la fórmula general para esta situación y halla posteriormente cuantas bacterias habrá transcurrido 2 horas

13. REALIZACIÓN DE PRUEBAS DE PREPARACIÓN ICES A LO LARGO DEL TEMA