# STITUCIÓN EDUCATIVA YERMOY

solución 16322 del 27 de noviembre de 2002

Nit 811018





SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPIO DE MEDELLIN

## INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Ni

Nit 811018723-8

### GUIA DIDACTICA PARA EL SEGUNDO PERIODO

**MATEMATICAS GRADO 9° - 2022** 

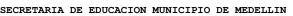
DOCENTE: JOSE MANUEL BERRIO I.E. YERMO Y PARRES

Situando las matemáticas como eje principal en la solución de problemas cotidianos, se les dará un significado diferente a los contenidos a desarrollar en este segundo periodo teniendo en cuenta la situación actual que vive la humanidad y buscando que se lleve al estudiante a asociar la matemática con la tecnología para que aproveche todos los recursos en su beneficio para su propio aprendizaje.

Se espera el compromiso directo de los estudiantes y padres de familia para acompañar a sus hijos en su aprendizaje para que este sea efectivo y responsable creando entre todos valores de responsabilidad, honestidad y compromiso con su propia formación.

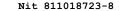
# CONTENIDOS PARA EL SEGUNDO PERIODO

- 1- Ecuaciones lineales.
  - a) Definición y representación grafica
  - b) Solución de ecuaciones lineales.
  - c) Enunciar y resolver problemas con ecuaciones lineales
- 2- Funciones
  - a) Función lineal
  - b) función afín
  - c) Pendiente de una recta
  - d) Ecuación de la recta
- 3- Sistemas de Ecuaciones lineales
  - a) Definición
  - b) Métodos de solución.
  - c) Método grafico
  - d) Método de sustitución
  - e) Método de igualación
  - f) Método de Reducción
  - g) Método de determinantes o regla de Cramer













Una función lineal es aquella cuya expresión algebraica es de la forma f(x) = mx, siendo m un número real diferente de 0.

Algunas características de la función lineal f(x) = mx son las siguientes:

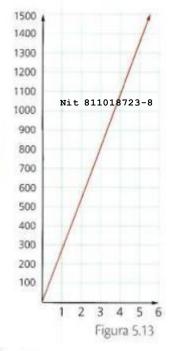
- Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen.
- El valor de m se llama constante de proporcionalidad. Si m > 0 la función es creciente y si m < 0 la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto R.
- Es una función continua.

El ICE (Intercity Express) es un tren que conecta todas las ciudades principales de Alemania. Alcanza una velocidad media de 270 km/h. En la Tabla 5.4 se muestra la distancia D que recorre en función del tiempo t.

t (Tiempo en horas)	1	2	3	4	5	-
D(t) (Distancia recorrida en km)	270	540	810	1080	1350	***

Tabla 5.4

Esta situación puede modelarse por medio de la función D(t) = 270t, cuya gráfica es una línea recta que pasa por (0, 0), como se observa en la Figura 5.13. En este caso, la constante de proporcionalidad es 270.



**FUNCIÓN LINEAL** 

Una función afín es aquella cuya expresión algebraica es de la forma f(x) = mx + b, siendo m y b números reales distintos de 0.

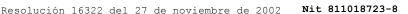
Las principales características de la función afín f(x) = mx + b son:

forma

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, b). Este se denomina punto de corte con el eje de ordenadas.
  - Su gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, b). Este se denomina punt La gráfica de la función afín f(x) = mx + b

se obtiene al desplazar verticalmente la gráfica





# **ACTIVIDAD 5:**

1. Realiza una tabla de valores para cada función y grafica.

a. 
$$2x + 5 = y$$

b. 
$$-5 x - 3 = y$$

c. 
$$x + 6 = y$$

d. 
$$3y = 9x - 12$$

2. Utiliza la pendiente y el punto de intersección para graficar las siguientes funciones:

Una función afín es aquella cuya expresión algebraica es de la forma f(x) = mx + b, siendo m y b números reales distintos de 0.

Las principales características de la función afín f(x) = mx + b son:

• Su gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, b). Este se denomina punto de corte con el eje de ordenadas.



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8

SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPIO DE MEDELLIN





Las tablas de crecimiento son cuadros de medidas que permiten valorar y comparar el crecimiento de niños, jóvenes y adultos en relación con un grupo estándar. Las tablas de crecimiento aceptadas a nivel nacional se basan en datos de mediciones recopilados por el Centro Nacional de Estadísticas en Salud. Los parámetros que se miden, principalmente en ellas son la estatura y el peso.

En los niños y jóvenes deportistas es especialmente importante hacer un seguimiento permanente de los cambios de peso y estatura. Esto se realiza mediante la elaboración de las curvas de crecimiento y aumento de peso, elaboradas por los médicos y nutricionistas, las cuales se basan en las tablas y gráficas de crecimiento del Instituto Colombiano de Bienestar Familiar (ICBF). Analicemos la tabla siguiente:

Velocidad de crecimiento al año				
Edad (años)	Estatura (cm)	Peso (kg)		
10-11	6	4		
11-12	6.5	5		
12-13	6.5	5		
13-14	7	5		
14-15	6	6.5		
15-16	4	5.5		
16-17	3	4		
17-18	1.5	3		

- Qué sucede con el peso de un adolescente a medida que aumenta su edad?
- 2. Qué sucede con la estatura de un adolescente a medida que aumenta su edad?
- Identifica la variable independiente y la variable dependiente de la tabla anterior.
- 4. Entre qué edades se espera que un adolescente crezca más rápido?

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 81101872



# ¿PARA QUÉ ME SIRVE LA PENDIENTE?

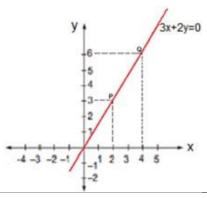
La pendiente m sirve para determinar la ecuación de la recta

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(2,3) y Q(4,6)?

Hemos dicho que: 
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
, de donde podemos

decir que  $m(x_2-x_1) = (y_2-y_1)$ 

Sabemos que 
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{4 - 2} = \frac{3}{2}$$



Reemplazado un punto de la recta, por ejemplo P(2,3) y

$$m = \frac{3}{2} \text{ en } m = \frac{y_2 \hbox{-} y_1}{x_2 \hbox{-} x_1} \text{ tenemos: } \frac{3}{2} = \frac{y_2 \hbox{-} 3}{x_2 \hbox{-} 2} \ .$$

Por la ley fundamental de las proporciones nos queda:

$$3(x_2-2)=2(y_2-3)$$

$$3x_2 - 6 = 2y_2 - 6$$

$$3x_2 - 2y_2 = -6 + 6$$

$$3x_2 - 2y_2 = 0$$

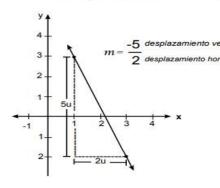
Que podemos escribir como:  $3x_2 - 2y_2 = 0$ 

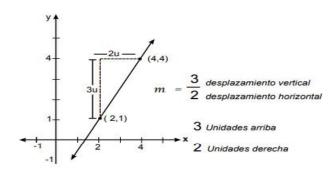
La ecuación de la recta dados: su pendiente m y un puntos (x1 - y1) es y - y1 = m(x - x1) y se conoce con el nombre de ecuación de la forma punto pendiente.

En general, la ecuación de la recta que pasa por el punto (x, y) y tiene pendiente m es: y = mx + b en donde m = es la pendiente y b= es el punto de intersección de la recta con el eje Y

Sobre el plano cartesiano, la pendiente muestra el desplazamiento tanto vertical como horizontal

Para representar las rectas, primero se ubica el punto dado y a partir de allí, se realizan los desplazamientos horizontal y vertical que indique la pendiente, así:







Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002

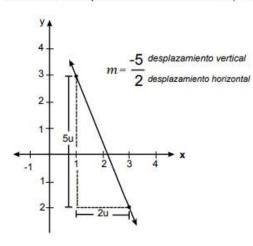
Nit 811018723-8

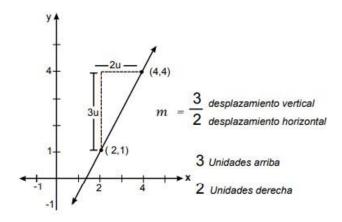


SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPIO DE MEDELLIN

Sobre el plano cartesiano, la pendiente muestra el desplazamiento tanto vertical como horizontal

Para representar las rectas, primero se ubica el punto dado y a partir de allí, se realizan los desplazamientos horizontal y vertical que indique la pendiente, así:







# INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



#### TEMA: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2x2

Durante el desarrollo de la unidad didáctica se busca generar nuevos aprendizajes sobre el tema de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Para la realización de esta actividad se cuenta con los conocimientos previos de los estudiantes, reforzando algunos de ellos, lo cuales son indispensables para el adecuado desarrollo de la misma. Además, en la unidad se presentan los conceptos en un lenguaje sencillo, con ejemplosy videos donde se explica la teoría planteada.

# **OBJETIVO GENERAL:**

• Resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

# **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Solucionar ecuaciones de primer grado.
- Identificar y reconocer las características de una función.
- Interpretar problemas mediante el uso de funciones lineales.

Modelar problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
1. Sistemas de ecuaciones lineales 2x2.		<ul> <li>Demuestra interés por aprender.</li> <li>Desarrolla y practica las actividades propuestas</li> </ul>
2. Resolución de sistemas de	Utiliza las nerramientas	en la unidad didáctica.  • Propone estrategias para la construcción y





# INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



del

# Ecuaciones lineales por los métodos:

- Sustitución.
- Igualación.
- Eliminación.
- Determinantes.
- 3. Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones.

- para complementar los conocimientos.
- Resuelve situaciones problema aplicando los conceptos vistos.
- Consigna los contenidos de la unidad didáctica de manera coherente y cohesiva.
- Plantea estrategias para mejorar los procesos fundamentales.
- Desarrolla las actividades propuestas en la unidad didáctica y supera sus insuficiencias cognitivas.
- Leer cuidadosamente la unidad didáctica.

- apropiación conocimiento.
- Presenta sus trabajos en forma oportuna y responsable.
- Asume una actitud de confianza frente a las propias capacidades para la comprensión de la unidad didáctica.



Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



# ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS:

- Partir de los aprendizajes previos de los estudiantes.
- Posibilitar suficiente información para el aprendizaje significativo de los estudiantes.
- Presentar la respectiva conexión entre los aprendizajes previos y los conocimientos que se deberán adquirir.
- Proporcionar situaciones de aprendizaje que tengan sentido para los estudiantes, con el fin de que resulten motivadoras.
- Hacer uso de las TICS para retroalimentar, los conceptos de la unidad didáctica.
- Desarrollar el concepto por medio de videos y explicaciones paso a paso, luego, presentar ejercicios como actividad de apoyo y finalmente presentar unos talleres referentes a los contenidos presentados.

### SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

#### 1. Método de sustitución:

Pasos para resolver un sistema de ecuaciones por el método de sustitución:

- 1. Se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones del sistema.
- 2. Se remplaza la expresión obtenida en el paso anterior en la otra ecuación y se resuelve.
- 3. Se encuentra el valor de la otra variable remplazando, en cualquiera de las ecuaciones del sistema, el valor de la variable que se halló en el segundo paso.
- 4. Se verifican las soluciones.

Ej 1: Resolvamos el siguiente sistema, por el método de sustitución.

$$2x - y = 5$$
 ec. 1  
  $3x - 2y = 7$  ec. 2

1. Se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

**ec. 1:** 
$$2x - y = 5$$
  $y = 2x - 5$  **ec. 3**

2. Se remplaza y en la expresión obtenida en el paso anterior en la otra ecuación y se resuelve. y = 2x - 5

ec. 2: 
$$3x - 2y = 7$$
  $3x - 2(2x - 5) = 7$   $3x - 4x + 10 = 7$   $-x + 10 = 7$   $-x = 7 - 10$   $-x = -3$   $x = 3$ 

3. Se encuentra el valor de la otra variable remplazando, en cualquiera de las ecuaciones del sistema, el valor de la variable que se halló en el segundo paso. x = 3

**ec. 3:** 
$$y = 2x - 5$$
  $y = 2(3) - 5$   $y = 6 - 5$   $y = 1$ 





Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8

4. Se verifican las soluciones. x = 3 y y = 1

$$2x - y = 5$$
  $2(3) - 1 = 5$   $6 - 1 = 5$ 

$$5 = 5$$
 se cumple para la primera ecuación.

$$3x - 2y = 7$$
  $3(3) - 2(1) = 7$   
 $9 - 2 = 7$ 

7 = 7 se cumple para la segunda ecuación.

Observa que el sistema tiene una única solución que es (3, 1) **EJERCICIO:** 

Resolvamos el siguiente sistema, por el método de igualación.

$$4x + 3y = 18$$
 ec. 1  
 $5x - 6y = 3$  ec. 2

# Método de eliminación:

Pasos para resolver un sistema de ecuaciones por el método de eliminación:

- 1. Elegimos una de las dos variables de ambas ecuaciones y multiplicamos ambas ecuaciones de tal forma que el coeficiente de la variable elegida sea el mismo, pero con signo contrario.
- 2. Se suman las ecuaciones y se resuelve la ecuación resultante.
- 3. Se encuentra el valor de la otra variable remplazando en algunas de las ecuaciones iniciales.
  - 4. Se verifican las soluciones.
  - Ej 7: Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones por el método de eliminación

$$3x + 2y = 1$$
 ec. 1  $x - 5y = 6$  ec. 2

1. Elegimos una de las dos variables de ambas ecuaciones y multiplicamos ambas ecuaciones de tal forma que el efficiente de la variable elegida sea el mismo, perocon signo contrario.

> Elijamos la riable y, y convirtamos los coeficientes 2 y -5 en et nismo número multiplicando la ec. 1 por 5, para que nos de 10 y la ec. 2 por 2 para que nos dé también 10. Como ambos números tienen signos contrarios no es necesario preocuparnos por el signo.

$$3x + 2y = 1$$
 ec. 1  $5(3x + 2y = 1)$  aplicamos prop. distributiva.

$$15x + 10y = 5$$

$$x - 5y = 6$$
 ec.  $2(x - 5y = 6)$ 

$$2x - 10y = 12$$



Se suman las ecuaciones y se resuelve la ecuación resultante.

$$15x + 10y = 5$$
$$2x - 10y = 12$$

$$17x + 0 = 17$$
  $17x = 17$   $x = \frac{17}{17}$   $x = 1$ 

$$17x = 17$$

$$x = \frac{17}{17}$$

2. Se encuentra el valor de la otra variable remplazando en algunas de las ecuaciones iniciales.

$$x - 5y = 6$$
 ec. 2  $x = 1$ 

$$x = 1$$

$$1 - 5y = 6$$

$$-5y = 6 - 1$$

$$-5y = 5$$

$$1 - 5y = 6$$
  $-5y = 6 - 1$   $-5y = 5$   $y = -\frac{5}{5}$   $y = -1$ 

$$y = -1$$

3. Se verifican las soluciones.

$$x = 1$$

$$3x + 2y = 1$$
 ec. 1  $3(1) + 2(-1) = 3 - 2 = 1$  es correcto.

$$x - 5y = 6$$
 ec. 2

$$x - 5y = 6$$
 \_\_\_\_\_ec. 2  $1 - 5(-1) = 1 + 5 = 6$  \_\_\_\_es correcto.

# Método de Cramer o Determinantes:

Un determinante es: un número asociado a un arreglo de números reales con igual cantidad de filas y columnas:

La notación  $\begin{vmatrix} a & b \\ 1 \end{vmatrix}$  es un determinante 2x2, porque tiene 2 filas y dos columnas.

ELEMENTOS DE UN DETERMINANTE:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$
 filas

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$
 filas Diagonal principal  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  Diagonal secundaria

Columnas



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



#### Método de determinantes

Antes de resolver un sistema de ecuaciones por este método conozcamos que es un determinante, así:

Un determinante es un número asociado a un arreglo de números reales con igual cantidad de filas y columnas, ejemplo:



Elementos de un determinante son:

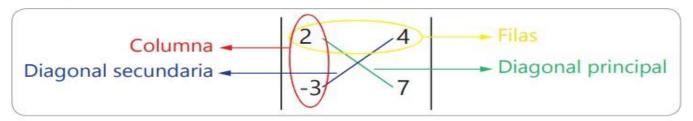


Figura 4. Esquema de un determinante

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



#### Método de determinantes

Antes de resolver un sistema de ecuaciones por este método conozcamos que es un determinante, así:

Un determinante es un número asociado a un arreglo de números reales con igual cantidad de filas y columnas, ejemplo:

Elementos de un determinante son:

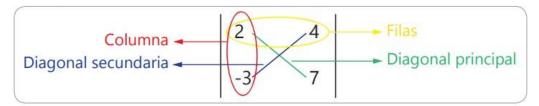


Figura 4. Esquema de un determinante

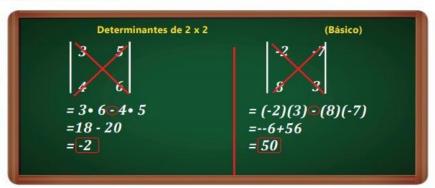
Ahora para hallar el valor de un determinante debemos:

Restar al producto de los valores de la diagonal principal, el producto de la diagonal secundaria

Para el ejemplo que tenemos será:  $(2 \cdot 7) - (-3 \cdot 4) = 14 - (-12) = 14 + 12 = 26$ 

#### 26 es el valor del determinante anterior.

Puedes observar un ejemplo donde se calculan los determinantes, paso a paso, en el siguiente enlace, en el cual se desarrollan dos ejercicios con determinantes, uno con todos los signos positivos y otros con signos positivos y negativos





Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



Ahora por medio de los determinantes se pueden solucionar sistemas ecuaciones 2 por 2, aplicando el método o regla de Cramer. Para conocerlo observa el siguiente video, en el cual se soluciona un problema que se puede representar con un sistema de ecuaciones y resolver usando la regla de Cramer.

Vamos a resolver el siguiente ejercicio con el método o regla de Cramer:

Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y residuo es 4, y si
5 veces el menor se divide por el mayor, el conciente es 2 y el residuo es 17
¿Cuáles son los números?

Primero definimos las variables y planteamos el sistema de ecuaciones, así:

Sea X el primer número y Y el segundo número, las ecuaciones son:

X - 2Y = 4
-2X + 5Y = 17



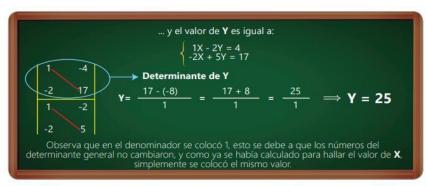


Figura 6. Tablero 2

Observa que en el denominador se colocó 1, esto se debe a que los números del determinante general no cambiaron, y como ya se había calculado para hallar el valor de X, simplemente se colocó el mismo valor.

De acuerdo a lo anterior podemos definir que los pasos para solucionar un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$ , por el método de determinantes, son:

#### Método de determinantes

- Se forma el determinante del sistema de ecuaciones. Escribiendo los coeficientes de las incógnitas y este se escribe en el denominador.
- Para hallar el valor de x se forma el determinante en el numerador de la siguiente manera: se escribe en la primera columna los términos independientes y en la segunda columna los coeficientes de y.



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



- Tanto en el determinante del numerador como en el del denominador se realiza el producto de los números de la diagonal principal menos el producto de los números de la diagonal secundaria.
- El cociente entre estos dos es el valor de x. Para hallar el valor de y se forma el determinante en el numerador de la siguiente manera: se escribe en la primera columna los coeficientes de x, y en la segunda columna los términos independientes.
- Tanto en el determinante del numerador como en el del denominador se realiza el producto de los números de la diagonal principal menos el producto de los números de la diagonal secundaria.
- El cociente entre estos dos es el valor de y.

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



# **EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES**

#### Ejercicio nº 1.-

a) Resuelve por sustitución:

$$5x + 2y = 1$$

$$-3x + 3y = 5$$

b) Resuelve por reducción:

$$2x+y=6$$

$$4x + 3y = 14$$

#### Ejercicio nº 2.-

a) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases}
5x - 2y = 2 \\
x + 2y = 2
\end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$5x - y = 3$$
$$-2x + 4y = -12$$

### Ejercicio nº 4.-

a) Resuelve por sustitución:

$$\int -2x + 3y = 14$$

$$3x - y = -14$$

b) Resuelve por igualación:

$$2x + 3y = 2$$

$$-6x + 12y = 1$$

### Ejercicio nº 5.-

a) Resuelve por igualación:

$$5x + 2y = 11$$

$$2x - 3y = 12$$

b) Resuelve por reducción:

$$[-2x+4y=7$$

$$3x - 5y = 4$$

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8



#### **RESUELVE POR DETERMINANTES:**

### Ejercicio nº 6.-

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas:

a) 
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -3x + y = -10 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

### Ejercicio nº 7.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) 
$$\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -6x - 2y = 1 \end{cases}$$

### Ejercicio nº 8.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$