GUIA DIDACTICA PERIODO N°: 4	GRUPO(S): 8° 1, 2,3,4	Nº COPIAS:
MATERIA DE PROMOCION: MATEMATICAS		
NOMBRE DEL DOCENTE: JOSE MANUEL BERRIO		SECCION: YERMO
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		**GRUPO: 8°---- ____**

I.E. YERMO Y PARRES
GUIA DIDACTICA DE MATEMATICAS
GRADOS 8° - CUARTO PERIODO
DOCENTE: JOSE MANUEL BERRIO

Situando las matemáticas como eje principal en la solución de problemas cotidianos, se le da un significado diferente a los contenidos a desarrollar en este cuarto periodo teniendo en cuenta la situación actual que vive la humanidad y buscando que se lleve al estudiante a asociar la matemática con la tecnología para que aproveche todos los recursos en su beneficio para su propio aprendizaje.

Los temas a desarrollar en este periodo están relacionados con la factorización, los cocientes notables, la adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones algebraicas en el ámbito algebraico y el trabajo de áreas y volúmenes en el ámbito geométrico, con los cuales espero se conlleve al estudiante a la solución de problemas guiados con la utilización de herramientas tecnológicas y el aprovechamiento de la informática.

Esta guía didáctica será desarrollada paso a paso en cada una de las clases programadas a través de la plataforma zoom mediante asesorías y explicaciones de manera directa utilizando videos y explicaciones escritas en Word y en power point, además, de manera adicional se hará uso y aprovechamiento de la plataforma de classroom para la presentación de talleres, videos y lectura de documentos que serán trabajados paulatinamente de acuerdo con las condiciones de conectividad que tengan los estudiantes.

Se espera el compromiso directo de los estudiantes y padres de familia para acompañar a sus hijos en su aprendizaje para que este sea efectivo y responsable creando entre todos valores de responsabilidad, honestidad y compromiso con su propia formación.

9 Cocientes notables

Saberes previos

Escribe la expresión $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ como dos divisiones diferentes.

Analiza

La aceleración en la caída de un paracaidista, a cierta altura, puede calcularse a partir de la siguiente expresión:

$$a = \frac{v^2 - 64}{v - 8}$$

En esta, a es la aceleración y v es la velocidad de la caída.

- ¿Cuál es la expresión relacionada con la aceleración?

Conoce

Para resolver la situación, se divide la expresión $v^2 - 64$ entre $v - 8$. Observa:

$$\begin{array}{rrr|l} v^2 & & -64 & v-8 \\ \cline{4-4} -v^2 & +8v & & v+8 \\ \hline & +8v & -64 & \\ & -8v & +64 & \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

Por lo tanto, $(v^2 - 8^2) \div (v - 8) = (v + 8)$.

Luego la expresión relacionada con la aceleración a es $v + 8$.

Esta expresión cumple con una generalidad que se aplica a los cocientes que cumplen ciertas características. Este tipo de divisiones se conocen como **cocientes notables**.

Generalidades de los cocientes notables

Cuando se aplica el cociente de la suma o la diferencia de cuadrados entre la suma o la diferencia de sus raíces cuadradas, se cumple que:

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b \qquad \frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b$$

Ejemplo 1

Observa:

$$\frac{1 - m^4}{1 + m^2} = (1 - m^2)$$

Ejemplo 2

$$\frac{(x + y)^2 - z^2}{(x + y) - z} = (x + y) + z$$

Cuando se aplica el cociente de la suma de los cubos de dos cantidades entre la suma de sus raíces cúbicas, se cumple que:

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} = a^2 - a + b^2$$

Al aplicar el cociente de la diferencia de los cubos de dos cantidades entre la diferencia de sus raíces cúbicas, se cumple que:

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + a + b^2$$

Ejemplo 3

Los cocientes $\frac{64n^3 + m^3}{4n + m}$ y $\frac{64n^3 - m^3}{4n - m}$ son, respectivamente:

- $(4n)^2 - 4n(m) + m^2 = 16n^2 - 4nm + m^2$
- $(4n)^2 + 4n(m) + m^2 = 16n^2 + 4nm + m^2$

Cociente de la suma o diferencia de potencias iguales de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades.

Para los cocientes $\frac{a^n \pm b^n}{a \pm b}$, se tiene lo siguiente:

a. El polinomio $a^n - b^n$ es divisible entre el binomio $a - b$ para los valores pares o impares de n, así:

$$\frac{a^n - b^n}{a - b} = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + ab^{n-2} + b^{n-1}.$$

b. El polinomio $a^n - b^n$ es divisible entre el binomio $a + b$ para los valores pares de n. Observa:

$$\frac{a^n - b^n}{a + b} = a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - ... + ab^{n-2} - b^{n-1}.$$

c. El polinomio $a^n + b^n$ es divisible entre el binomio $a + b$ para los valores impares de n, así:

$$\frac{a^n + b^n}{a + b} = a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - ... + ab^{n-2} - b^{n-1}.$$

Ejemplo 4

Al establecer el cociente de $\frac{x^5 - y^5}{x - y}$, se debe tener en cuenta que todos los signos del cociente son positivos $(+)$ y que el polinomio cociente es:

$$x^4 + x^3y^1 + x^2y^2 + x^1y^3 + y^4.$$

Ejemplo 5

Al hallar el cociente de $\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}$, se debe considerar que, en este caso, los términos del cociente tienen signos alternos empezando por el signo positivo.

Por lo tanto:

$$\frac{x^6 + y^6}{x^2 + y^2} = x^4 - x^2y^2 + y^4$$

Ejemplo 6

Observa abajo el desarrollo de cada uno de estos cocientes:

a. $\frac{x^{15} + y^{15}}{x^3 + y^3}$ b. $\frac{x^{15} + y^{15}}{x^5 + y^5}$ c. $\frac{x^{12} - y^{12}}{x^4 - y^4}$

a. $x^{12} - x^9y^3 + x^6y^6 - x^3y^9 + y^{12}$

b. $x^{10} - x^5y^5 + y^{10}$

c. $x^8 + x^4y^4 + y^8$

9 Cocientes notables

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Resuelve los siguientes cocientes notables.

a. $\frac{1-n^4}{1+n^2}$ b. $\frac{9-x^4}{3-x^2}$

c. $\frac{x^3-1}{x+1}$ d. $\frac{25-36x^4}{5-6x^2}$

e. $\frac{x^2-y^2}{x+y}$ f. $\frac{y^2-x^2}{y+x}$

2 Desarrolla los siguientes cocientes notables.

a. $\frac{x^6+y^6}{x^2+y^2}$ b. $\frac{x^{10}-m^{10}}{x^2+m^2}$

c. $\frac{x^4-y^4}{x^2-y^2}$ d. $\frac{x^9+y^9}{x^3+y^3}$

e. $\frac{x^{18}+y^{18}}{x^9+y^9}$ f. $\frac{1+a^3}{1+a}$

Comunicación

3 Explica con tus palabras cómo desarrollarías los cocientes notables que se muestran a continuación.

a. $\frac{1-a^2b^4c^8}{1-ab^2c^4}$ b. $\frac{(a+x)^2-y^2}{(a+x)-y}$

c. $\frac{n^6+1^3}{n^2+1}$

4 Indica cuál es el cociente notable que se desarrolló en cada caso.

a. $\frac{8x^3+27y^3}{2x+3y}=4x^2-6xy+9y^2$

....

b. $\frac{n^6+1}{n^2+1}=n^4-n^2+1$

....

c. $\frac{x^2-4}{x+2}=x-2$

....

d. $\frac{216-125y^3}{6-5y}=25y^2+30y+36$

....

e. $\frac{1+a^3}{1+a}=1-a+a^2$

Ejercitación

5 Completa las igualdades.

$\frac{y^4+16}{y+2}$	=	
	=	$\frac{x^3-4}{x-4}$
$\frac{3a^2+3^2}{2a-3}$	=	
	=	$\frac{5m^4+625}{m+5}$

Tabla 2.12

6 Resuelve las siguientes operaciones a partir de las reglas de los cocientes notables.

a. $\frac{a^3+2^3}{a+2}$ b. $\frac{m^4-n^4}{m-n}$

c. $\frac{216+r^3}{6+r}$ d. $\frac{64-s^2}{8-s}$

e. $\frac{p^6-q^6}{p-q}$ f. $\frac{b^5+243}{b+3}$

Razonamiento

7 Calcula el cociente notable en cada caso.

a. $\frac{x^{18}-y^{18}}{x^3-y^3}$ b. $\frac{m^{27}+n^{27}}{m^3+n^3}$

c. $\frac{x^2-y^2}{x-y}$ d. $\frac{27m^3-125n^3}{m^3-n^3}$

8 Relaciona la columna A con la columna B.

Cociente notable	Resultado
$\frac{4x^2-121}{2x+11}$	$\sqrt{3}a^{2x}+3b^y$
$\frac{9a^4b^2-16a^2b^6}{3a^2b-4ab^3}$	$3a^2b+4ab^3$
$\frac{3a^{4x}-9b^{2y}}{3b^y+\sqrt{3}a^{2x}}$	$2x-11$
$\frac{a^3-27b^3}{3a-9b}$	$\frac{1}{3}[a^2+(a)(3b)+(3b)^2]$

Ejercitación

9 Completa la Tabla 2.13.

Cocientes notables	Cociente
$\frac{m^5 + n^5}{m + n}$	
	$a^4 + a^3n + a^2n^2 + an^3 + n^4$
$\frac{x^6 - y^6}{x - y}$	$x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$
$\frac{64a^3 + 343}{4a + 7}$	
	$36 - 30y + 25y^2$
$\frac{8a^3 - 1}{2a - 1}$	
$\frac{x^3 - 1}{x - 1}$	

Tabla 2.13

Comunicación

10 Escribe el literal que le corresponde a cada ejemplo según la descripción.

◯ $\frac{27x^6 + 1}{3x^2 + 1}$ ◯ $\frac{1 - v^{12}}{1 - v^6}$

◯ $\frac{m^3 - 1}{1 + m}$ ◯ $\frac{1 - z^8}{1 + z^4}$

Cocientes notables
a. Cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma de las cantidades.
b. Cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la diferencia de las cantidades.
c. Cociente de la suma de los cubos de dos cantidades entre la suma de las cantidades.
d. Cociente de la diferencia de los cubos de dos cantidades entre la suma de las cantidades.

Tabla 2.14

Razonamiento

11 Explica el error que se cometió en el desarrollo de cada cociente notable.

a. $\frac{x^{15} + y^{15}}{x^3 + y^3}$
$= x^{12} - y^{12}x^9 + y^6x^6 - y^9x^3 + y^{12}$

b. $\frac{x^4 + 1}{1 + x^2}$
$= x^2 + 1$

c. $\frac{8m^3 + n^6}{2m + n^2}$
$= 4m^2 + 2mn^2 + n^4$

Resolución de problemas

12 En física, la velocidad V se define como la distancia d recorrida por un móvil en la unidad de tiempo t. Así, $V = \frac{d}{t}$.

Si un auto recorre una distancia $d = x^7 - y^7$ en un tiempo $t = x - y$, ¿cuál es la expresión algebraica para su velocidad?

Evaluación del aprendizaje

✓ Resuelve cada cociente notable y relaciona cada personaje con el hecho histórico que le corresponde.

a. François Viète $\frac{9 - n^4}{3 - n^2}$

b. John Napier $\frac{1 + m^3}{1 + m}$

c. Pierre Fermat $\frac{8m^3 - 1}{2m - 1}$

d. Arquímedes $\frac{m^2 - n^2}{m - n}$

◯ Fundamentó la hidrostática.	$m + n$
◯ Enunció la fórmula para las ecuaciones de sexto grado.	$3 + n^2$
◯ Introdujo el punto decimal para separar las cifras decimales de los números enteros.	$1 - m - m^2$
◯ Fue llamado *el primer cerebro del mundo* por Pascal.	$4m^2 + 2m + 1$

10 Adición y sustracción de fracciones algebraicas

Saberes previos

¿Cual es el mínimo común múltiplo entre las siguientes expresiones $(x-1)$; $(x+1)$ y (x^2-1)?

Analiza

El ancho de la base de una caja esta representado por la expresión $\dfrac{5x+3}{x-1}$ y su largo por la expresión $\dfrac{6x+5}{x-1}$.

- Encuentra una expresión que represente el perímetro de la base de la caja.

Conoce

Para determinar la expresión que representa el perímetro de la base de la caja, se suman las fracciones algebraicas, así:

$$\frac{5x+3}{x-1} + \frac{6x+5}{x-1}$$

y luego el resultado se multiplica por 2.

Como las fracciones tienen el mismo denominador, se suman sus numeradores y se deja el mismo denominador. Esto es:

$$\frac{5x+3}{x-1} + \frac{6x+5}{x-1} = \frac{5x+3+6x+5}{x-1} = \frac{11x+8}{x-1}$$

Por lo tanto, el perímetro de la base de la caja está representado por la expresión $2\left(\dfrac{11x+8}{x-1}\right) = \dfrac{22x+16}{x-1}$

10.1 Operar fracciones algebraicas con igual denominador

Para **adicionar** o **sustraer dos fracciones algebraicas** con el **mismo denominador**, se adicionan o sustraen los numeradores y se deja el denominador común.

Ejemplo 1

Así se adicionan y sustraen fracciones algebraicas con igual denominador.

$$\frac{3x-2}{x^2+1} + \frac{5x+1}{x^2+1} = \frac{(3x-2)+(5x+1)}{x^2+1} = \frac{8x-1}{x^2+1}$$

La sustracción se realiza de forma análoga:

$$\frac{3x-2}{x^2+1} - \frac{5x+1}{x^2+1} = \frac{(3x-2)-(5x+1)}{x^2+1} = \frac{3x-2-5x-1}{x^2+1} = \frac{-2x-3}{x^2+1}$$

10.2 Operar fracciones algebraicas con distinto denominador

Para **adicionar** o **sustraer fracciones algebraicas con distinto denominador**, se reducen a común denominador.

Ejemplo 2

Para efectuar $\dfrac{7x-2}{x^2-1} - \dfrac{5x}{x+1}$ se buscan expresiones equivalentes con el mínimo común denominador.

$$\frac{7x-2}{x^2-1} + \frac{5x}{x+1} = \frac{7x-2}{(x+1)\cdot(x-1)} - \frac{5x}{x+1} =$$

$$\frac{7x-2}{(x+1)\cdot(x-1)} - \frac{(x-1)\cdot 5x}{(x+1)\cdot(x-1)} =$$

$$\frac{(7x-2)-(x-1)\cdot 5x}{(x+1)\cdot(x-1)} \quad \frac{7x-2-5x^2+5x}{(x+1)\cdot(x-1)} = \frac{-5x^2+12x-2}{(x+1)\cdot(x-1)}$$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Halla el mínimo común denominador en cada caso.

a. $\dfrac{4x-6}{x^2-6x-27}, \dfrac{x^4}{x^2-18x+81}$

b. $\dfrac{x^2+6}{4x-16}, \dfrac{5x^2}{x^2-16}, \dfrac{2x-7}{2x+8}$

2 Reduce cada grupo de fracciones algebraicas al común denominador. Compara respuestas con tus compañeros.

a. $\dfrac{x-1}{x+2}, \dfrac{x+1}{x-2}, \dfrac{3x}{x^2-2x-8}$

b. $\dfrac{x}{x-1}, \dfrac{8}{2x-3}, \dfrac{3x}{x+1}$

c. $\dfrac{2x+1}{x}, \dfrac{8-x}{x+4}$

d. $\dfrac{x+8}{x-3}, \dfrac{11}{4x^2}, \dfrac{x^2+7}{x}$

3 Efectúa cada operación

a. $\dfrac{x}{x-2} + \dfrac{2x+1}{x+2} + \dfrac{1}{x^2-4}$

b. $\dfrac{1}{3x^2-3} - \dfrac{2}{2x+2} + \dfrac{x+5}{x+1}$

c. $\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{3x-1}{x-3}$

d. $\dfrac{7x+3}{x-4} + \dfrac{5x}{x^2-16}$

e. $\dfrac{2x}{x-5} - \dfrac{x+2}{x-1}$

Razonamiento

4 Determina si las operaciones son correctas o no.

a. $\dfrac{11x}{x+1} - \dfrac{2x+4}{x+1} = \dfrac{13x-4}{x+1}$

b. $\dfrac{x^2+3}{x^2+2x+1} + \dfrac{1}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2+4}{(x+1)^2}$

c. $\dfrac{11x}{x+1} - \dfrac{2x+4}{x+1} = \dfrac{13x+4}{x+1}$

d. $\dfrac{x^2+3}{x^2+2x+1} + \dfrac{1}{(x+1)^2} = \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-1)^2}$

e. $\dfrac{1-x}{x^2+1} - \dfrac{x+9}{x-1} = \dfrac{10}{x^3+1}$

Resolución de problemas

5 Halla el perímetro de cada figura.

a.

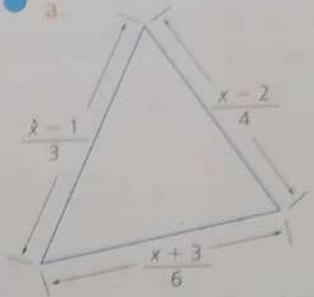

Figura 2.41

b.

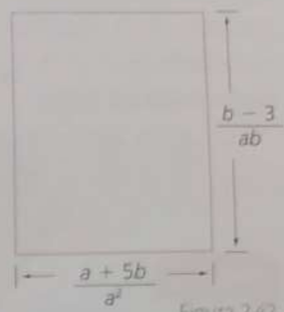

Figura 2.42

Evaluación del aprendizaje

Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

a. El resultado de sumar o restar fracciones algebraicas del mismo denominador es otra fracción con denominador igual al de las fracciones que se operan. ( )

b. Para adicionar o sustraer fracciones algebraicas con distinto denominador, se sustraen numeradores y denominadores. ( )

c. Para adicionar o sustraer fracciones algebraicas con igual denominador, se sustraen numeradores y denominadores. ( )

d. Para adicionar o sustraer fracciones algebraicas con distinto denominador, se sustraen solo numeradores y se deja el denominador común. ( )

Educación ambiental

La producción de partículas contaminantes en un día normal puede ser de $\dfrac{3x}{(3+x)}$ toneladas, mientras que en un día sin carro es de $\dfrac{(3x+3)}{2(x+2)}$. ¿Cuál es la diferencia en la producción de contaminantes entre los dos días?, ¿es importante participar en el día sin carro?

11 Multiplicación y división de fracciones algebraicas

Saberes previos

Sofía afirma que al simplificar en los numeradores y en los denominadores de la siguiente expresión el resultado es $x^2 - 1$. ¿Es correcta la afirmación de Sofía?

$$\frac{(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 1)}{(x + 1)(x - 1)(x + 1)}$$

Analiza

Las dimensiones de una caja de cartón para empacar resmas de papel se muestran en la Figura 2.43.

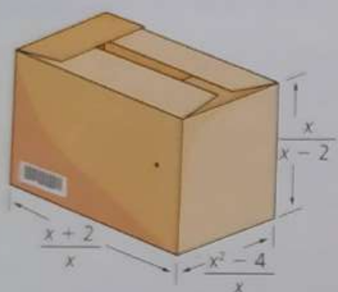

Figura 2.43

- ¿Cuál es el volumen de la caja?

Conoce

Para calcular el volumen de la caja, se multiplican sus tres dimensiones. Es decir:

$$\underbrace{\frac{x+2}{x}}_{\text{Largo}} \cdot \underbrace{\frac{x^2-4}{x}}_{\text{Ancho}} \cdot \underbrace{\frac{x}{x-2}}_{\text{Alto}}$$

$$= \frac{x+2}{x} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x} \cdot \frac{x}{x-2}$$ Se factorizan completamente los términos de las fracciones.

$$= \frac{x+2}{x} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x} \cdot \frac{x}{x-2}$$ Se simplifican los factores comunes en los numeradores y denominadores.

$$= \frac{x+2}{x} \cdot \frac{x+2}{1} \cdot \frac{1}{1}$$

$$= \frac{x^2 + 4x + 4}{x}$$ Se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.

Por lo tanto, el volumen de la caja es $\frac{x^2 + 4x + 4}{x}$.

11.1 Multiplicación de fracciones algebraicas

El **producto de dos fracciones algebraicas** es otra fracción que tiene por numerador el **producto de los numeradores** y por denominador el **producto de los denominadores**. Es decir, si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son fracciones algebraicas, entonces:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

11.2 División de fracciones algebraicas

La **división de dos fracciones algebraicas** es equivalente a la multiplicación del dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

Es decir, si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son fracciones algebraicas, entonces:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Ejemplo

Halla el resultado de $\frac{x+5}{3x} \cdot \frac{x^2}{x+5}$ y de $\frac{x+5}{3x} \div \frac{x^2}{x+5}$.

En la multiplicación, el numerador de la primera fracción es igual al denominador de la segunda $(x + 5)$. Por lo tanto, se pueden simplificar y se obtiene:

$$\frac{x+5}{3x} \cdot \frac{x^2}{x+5} = \frac{1}{3x} \cdot \frac{x^2}{1} = \frac{x^2}{3x} = \frac{x}{3}$$

En la división, se multiplica por la fracción recíproca de la segunda fracción, así:

$$\frac{x+5}{3x} \div \frac{x^2}{x+5} = \frac{x+5}{3x} \cdot \frac{x+5}{x^2} = \frac{(x+5)^2}{3x^3}$$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Simplifica y resuelve cada operación.

a. $\frac{x+6}{x} \cdot \frac{x^2}{x^2-36} =$

b. $\frac{2x+2y}{3x-3y} \cdot \frac{x^2-y^2}{4x+4y} =$

c. $\frac{x^2-y^2}{3x} \cdot \frac{3x^2}{5x-5y} =$

d. $\frac{2a^2-3a-2}{6a+3} \cdot \frac{3a+6}{a^2-4} =$

e. $\frac{x^2+4x-21}{x^2-6x-16} \cdot \frac{x^2-8x+15}{x^2+9x+14} =$

2 Encuentra la fracción recíproca o el inverso multiplicativo de cada expresión.

Fracción	Fracción recíproca
$\frac{1}{a}$	
$\frac{2+x}{x-1}$	
$\frac{5x^2-3}{2x-3}$	
$\frac{7-x^2}{4+8x}$	
$\frac{6}{2x^3+1}$	

Tabla 2.15

3 Calcula el resultado de las operaciones.

a. $\frac{x^2+6x+9}{x-1} \div \frac{x^2-9}{x^2-1} =$

b. $\frac{x^2-121}{x^2-49} \div \frac{x-11}{x+7} =$

c. $\frac{3}{x^2-x-30} \div \frac{6}{x^2+x-42} =$

4 Justifica cada paso del siguiente proceso.

$$\frac{2y^2+2y}{2y^2} \cdot \frac{y^2-3y}{y^2-2y-3} =$$

$$\frac{2y(y+1)}{2y^2} \cdot \frac{y(y-3)}{(y-3)(y+1)} =$$

$$\frac{y+1}{y} \cdot \frac{y}{y+1} = 1$$

Resolución de problemas

5 El volumen V de una pirámide equivale a un tercio del área de la base A_B por su altura h. Es decir, $V = \frac{1}{3} A_B h$.

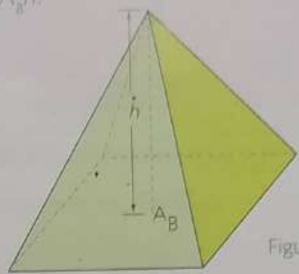

Figura 2.44

Calcula el área de la base A_B de cada pirámide, considerando su volumen V y su altura h.

a. $V = \frac{m^2-9}{4m+12}$ $h = \frac{m-3}{6}$

b. $V = m^2 - 49$ $h = m - 7$

c. $V = \frac{m^2+8m}{2m}$ $h = \frac{m}{3}$

d. $V = \frac{2x^2+1}{x^2}$ $h = \frac{1}{2x}$

Evaluación del aprendizaje

i Escribe en cada caso el signo = o ≠, según corresponda.

a. $\frac{2x+6}{x+1} \cdot \frac{x^2+3x+2}{4x^2+12x}$ ☐ $\frac{x+2}{2}$

b. $\frac{5m+25}{14} \cdot \frac{7m+7}{10m+50}$ ☐ $\frac{m-1}{4}$

c. $\frac{2a^2+a}{6} \cdot \frac{8}{4a+2}$ ☐ $\frac{2a}{3}$

d. $\frac{2y^2+2y}{2y^2} \cdot \frac{y^2-3y}{y^2-2y-3}$ ☐ -1

ii Completa los recuadros para que se cumpla la igualdad.

a. $\left(x + \frac{x}{2}\right) \div \square = 2$

b. $\left(a - 4\frac{4}{a}\right) \div \square = a - 2$

Practica más

Expresiones algebraicas

Resolución de problemas

1 Halla la expresión algebraica que determine el perímetro de cada figura.

a.

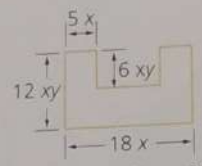

Figura 2.45

b.

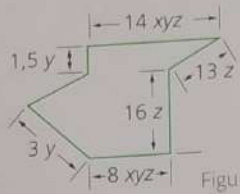

Figura 2.46

c.

Figura 2.47

d.

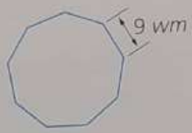

Figura 2.48

Ejercitación

2 Evalúa cada expresión para hallar el área o el volumen de las Figuras 2.49 y 2.50, según se indique.

a. $x = 2, y = 5$ b. $a = 3, b = 4$


Figura 2.49

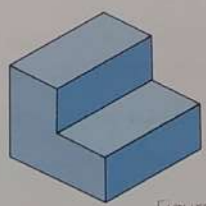
Figura 2.50

Área $= 3x^2 + 2xy^3 + y$ Volumen $= 2a^3b^2 + 5b^3$

Polinomios

3 Relaciona los monomios semejantes que hay en las columnas A y B.

Columna A	Columna B
a. $-2xy^3$	1. πx^3y^3
b. $12x^3y^3$	2. xyz^3
c. $-7xy^3z$	3. $12xy^3z^2$
d. $\frac{1}{4}xyz^3$	4. $-2xy^3z$
e. $-2xy^3z^2$	5. $0{,}5xy^3$

4 Indica los coeficientes, la parte literal y el grado de cada polinomio.

a. $-\sqrt{2}a^2b - \frac{3}{5}a^2b^3 - \pi b^2$

b. $-x^2y + \frac{2}{5}xy^3 + 4y^3 + 7xy$

c. $a^2 + 0{,}5a^2b^3 - \sqrt{2}b^2$

Adición y sustracción de polinomios

Ejercitación

5 Según los polinomios dados, realiza las operaciones.

A: $2a^2 + a^2b^3 - 5a^3b^2 + b^2$

B: $5a^2b^3 + 8a^3b^2 + 12b^2$

C: $-7a^2 + 7a^2b^3 - 7b^2$

a. $A + B$ b. $(A + C) - B$ c. $(B - C) - A$

Resolución de problemas

6 Halla el polinomio A faltante para que se cumpla la igualdad en cada caso.

a. $2a^2 + a^2b^3 + A = 8a^2 - 15a^2b^3 - 6a^3b^2$

b. $-3x^2y + 2xy^3 - A = x^2y + 6xy^3 - 2xy$

c. $A + 5k^2lm^4 + k^4 - 2km = 12k^4 + 5km$

7 Halla la expresión algebraica que determina el área de la región sombreada.

a.

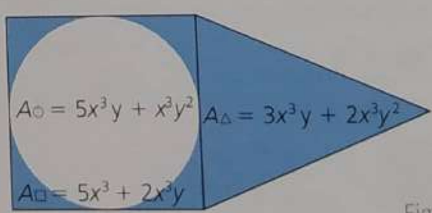

Figura 2.51

Factorización

Ejercitación

8 Factoriza las siguientes expresiones en tres factores.

a. $2a^8 - 2$

b. $2ax^2 - 4ax + 2a$

c. $x^5 - x$

d. $ax^3 + 10\,ax^2 + 25ax$

e. $am^3 - 7am^2 + 12am$

f. $x^4 - (a + 2)^2$

Resolución de problemas

Estrategia: Hacer cálculos parciales

Problema

Calcula el área total de la Figura 2.52.

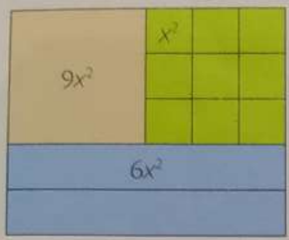

Figura 2.52

1. Comprende el problema

- ¿Cómo está compuesta la figura?

  R: La figura está compuesta por un cuadrado, nueve cuadrados pequeños y dos rectángulos.

- ¿Qué se debe averiguar?

  R: El área total de la figura.

2. Crea un plan

- Calcula el área de cada una de las figuras que conforman el rectángulo y después súmalas para obtener el área total.

3. Ejecuta el plan

- El área del cuadrado es $9x^2$. (Figura 2.53)

Figura 2.53

- Cada cuadrado pequeño tiene un área de x^2.

  Como son nueve, su área es $9x^2$. (Figura 2.54)

Figura 2.54

- Los dos rectángulos tienen igual área. Cada una mide $6x^2$ y, así, el área de los dos rectángulos es $12x^2$. (Figura 2.55)

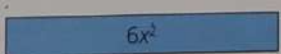

Figura 2.55

  Por lo tanto, el área del rectángulo de la Figura 2.44 es $9x^2 + 9x^2 + 12x^2$.

  R: El área total del rectángulo es $30x^2$.

4. Comprueba la respuesta

- Verifica que en el rectángulo caben exactamente 30 cuadrados verdes.

Aplica la estrategia

1. Observa la Figura 2.56.

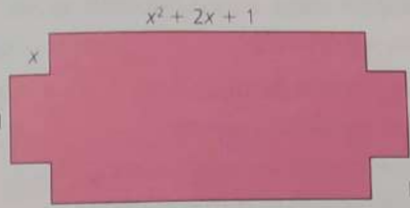

Figura 2.56

¿Qué expresión corresponde a su perímetro?

a. Comprende el problema

....

....

b. Crea un plan

....

....

c. Ejecuta el plan

....

....

d. Comprueba la respuesta

....

....

Resuelve otros problemas

2. Un arquitecto diseña los jardines interiores de un conjunto residencial en forma de rectángulos que tienen de largo el triple del ancho. ¿Qué expresión determina el perímetro de uno de ellos?

Formula problemas

3. **Inventa** un problema que involucre la información de la Figura 2.57 y resuélvelo.

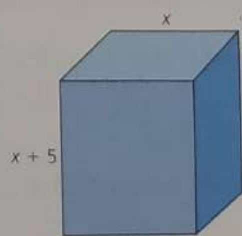

Figura 2.57

Enriquece tu vocabulario

- Averigua si los vocablos *área* y *superficie* son sinónimos.

Evaluación del aprendizaje

Expresiones algebraicas

Ejercitación

1 Relaciona cada expresión con la forma algebraica que la representa. ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. El volumen de un cubo. — $4x$
b. El triple de un número. — $4x + 2$
c. El perímetro de un cuadrado. — $3x$
d. El doble de un número impar. — x^3

Polinomios

Razonamiento

2 Determina si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F), según corresponda. VERDADERO / FALSO

a. El grado absoluto de un polinomio puede ser igual a cero. ( )
b. Si el grado absoluto de un polinomio es dos, entonces la expresión tiene dos variables. ( )
c. El grado relativo con relación a una variable es el mayor exponente de dicha variable. ( )
d. El grado absoluto de un polinomio es igual a la suma de los grados relativos de sus variables. ( )
e. El término independiente de un polinomio es el término de grado cero. ( )

Adición y sustracción de polinomios

Comunicación

3 Selecciona el polinomio que representa el área de la región sombreada. ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

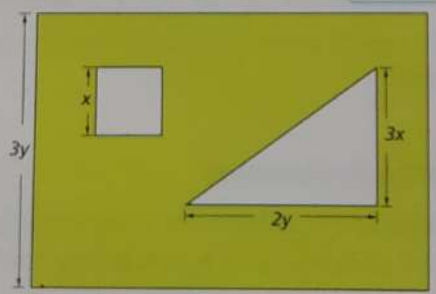

Figura 2.58

a. $-12y$
b. $12xy - x^2$
c. $18xy - x^2$
d. $2x - y - x^2$

Razonamiento

4 Indica la expresión que falta en la sustracción. ACTIVIDAD DE REFUERZO

$$\begin{array}{r} \boxed{} \\ -(2x + 8y + 1) \\ \hline 3x - 9y + 3 \end{array}$$

a. $x - 17y + 2$
b. $x - y + 2$
c. $-x - y + 4$
d. $5x - y + 4$

Multiplicación de polinomios

Modelación

5 Halla una expresión para determinar el área del polígono. ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

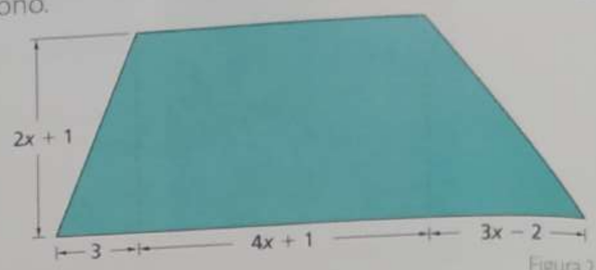

Figura 2.59

Productos notables

Razonamiento

6 Determina y elige el factor que hace válida la igualdad. ACTIVIDAD DE REFUERZO

$$(4z - w)\boxed{} = 16z^2 - 8zw + w^2$$

a. $4z - w$
b. $4z + w$
c. $4z - 8 + w$
d. $4z + 8 + w$

Razonamiento

7 ¿Se puede afirmar que $(x + y)^2 = x^2 + y^2$? Explica tu respuesta. ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

División de polinomios

Razonamiento

8 Determina en cada caso si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F). ACTIVIDAD DE REFUERZO

a. $27x^3 - 8$ es divisible entre $3x - 2$. ( )
b. $x - 1$ es divisor de $(x + 1)^2$ ( )
c. $x + 2$ es divisor de $x^2 - 6x - 16$ ( )
d. $x^3 + 3x^2 - 1$ es divisible entre $x - 1$ ( )
e. $2x^2 + 3xy$ es divisible entre x^2 ( )

Modelación

9 Determina una de las dimensiones del rectángulo, teniendo en cuenta que su área es igual a $2x^2 + 4x + \frac{3}{2}$ ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

Figura 2.60