INSTITUCIÓN EDUCATIVA
COMPARTIR

Grado: Noveno 1 y 2

Área: Matemáticas – Álgebra, Geometría y Estadística

Docente: Oscar Antonio Naranjo Castro

Nombre del estudiante:

Tiempo de desarrollo: Esta guía la desarrollarás en los 4 encuentros de matemáticas de este ciclo. Si tienes dudas puedes conectarte a los encuentros sincrónicos.

Rubrica de evaluación para las tres asignaturas

Procedimental 1 (20%): Momento de exploración
Procedimental 2 (20%): Momento de evaluación
Conceptual 1 (20%): Autoevaluación
Conceptual 2 (10%): Heteroevaluación
Conceptual 3 (10%): Prueba de la Confianza
Actitudinal 1 (20%): Coevaluación

¡Importante!

El trabajo lo encontrará también en *Classroom*, con videos explicativos para quienes puedan acceder a ellos, de lo contrario con la teoría y ejemplos acá expuestos es suficiente para su solución.

Para no dejar acumular trabajo, las cuatro clases de matemáticas serán distribuidas así: una por cada método, de tal manera que luego de cada clase, quedará como tarea resolver los ejercicios de exploración por dicho método.

Es bueno recordar que esta guía es la única por este ciclo y su valoración aplicará para todas las asignaturas del área de matemáticas como son: Algebra, geometría y estadística.

Recuerden utilizar el classroom para sus preguntas.

Recuerden mi correo electrónico:

oscarnaranjoc@iecompartim.edu.co o osanaca@gmail.com

GUÍA DE APRENDIZAJE: Sistemas de ecuaciones lineales

Objetivo de aprendizaje: Reconocer y aplicar algunos de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, en la solución de ejercicios y problemas.

Introducción: Los sistemas de ecuaciones lineales fueron ya resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área, o volumen, sin que tuvieran relación con problemas de medida. Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos: 1/4 anchura + longitud = 7 manos longitud + anchura = 10 manos También resolvían sistemas de ecuaciones, donde alguna de ellas era cuadrática. Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero uti1izando métodos geométricos. Thymaridas (400 a. de C.) había encontrado una fórmula para resolver un determinado sistema de n ecuaciones con n incógnitas. Diophante resuelve también problemas en los que aparecían sistemas de ecuaciones, pero transformándolos en una ecuación lineal. Los sistemas de ecuaciones aparecen también en los documentos indios. No obstante, no llegan a obtener métodos generales de resolución, sino que resuelven tipos especiales de ecuaciones. El libro El arte matemático, de un autor chino desconocido (siglo III a. de C.), contiene algunos problemas donde se resuelven ecuaciones. En ellos encontramos un esbozo del método de las matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Uno de dichos problemas equivale a resolver un sistema de tres ecuaciones lineales por dicho método matricial.

MOMENTO DE EXPLORACIÓN:

Problemas como los que aparecen a continuación pueden ser resueltos por ecuaciones simultaneas o lo que es lo mismo, sistemas de ecuaciones lineales en estos casos con dos variables.

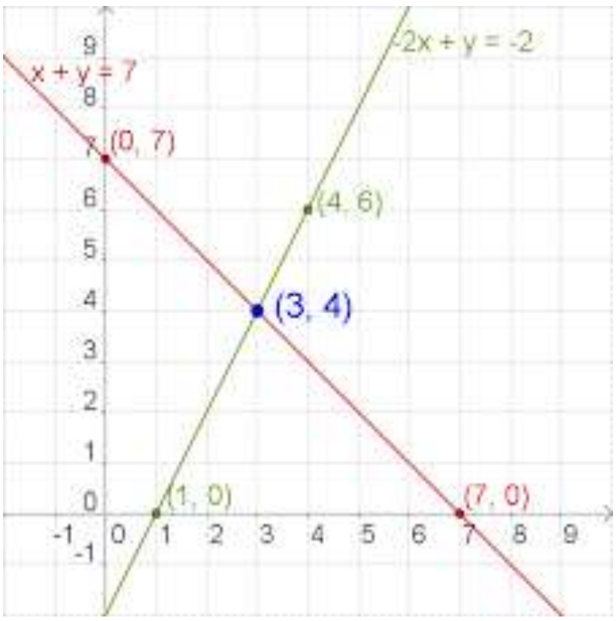
Estos problemas son muy comunes en el trabajo matemático:

Tarea 1.

Por tres adultos y cinco niños se pagan 190 € para entrar a un parque de diversiones. Si son cuatro adultos y siete niños, el valor a cancelar es 260 €. ¿Cuál es el valor de cada entrada para adulto y para niño?

Tarea 2. Determinar el punto de corte de las rectas correspondientes a las ecuaciones lineales:

a. x + y = 7
b. – 2x + y = - 2



MOMENTO DE ESTRUCTURACIÓN

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas en la que **deseamos encontrar una solución común**.
En esta ocasión vamos a resolver un sistema de dos **ecuaciones lineales** con dos incógnitas.
Una **ecuación lineal** con dos incógnitas es una igualdad del tipo ax + by= c, donde a, b, y c son números, y «x» e «y» son las incógnitas.
Una **solución** es todo par de números que cumple la ecuación.
Es importante tener en cuenta que la representación de una ecuación lineal de dos variables en el plano cartesiano es una recta.
Los sistemas de ecuaciones lineales los podemos clasificar según su número de soluciones:

- ✓ **Compatible determinado:** Tiene una única solución, la representación son dos rectas que se cortan en un punto.
- ✓ **Compatible indeterminado:** Tiene infinitas soluciones, la representación son dos rectas que coinciden.
- ✓ **Incompatible:** No tiene solución, la representación son dos rectas paralelas.

Existen diferentes métodos de resolución:

- ✓ Gráfico
- ✓ Sustitución.
- ✓ Reducción.
- ✓ Igualación.
- ✓ Determinantes

En esta guía analizaremos 4 de ellos, uno por cada clase que tengamos en el ciclo, el gráfico se analizará en 10° en geometría analítica.

En esta ocasión vamos a resolver un sistema de **dos ecuaciones lineales** con dos incógnitas. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{lll} x & +y & =7 \\ 5x & -2y & =-7 \end{array}\right\}$$

<u>Sistema de ecuaciones: método de sustitución</u>

A través del método de sustitución lo que debemos hacer e**s despejar una de las incógnitas** en una de las ecuaciones y **sustituir su valor en la siguiente**. Lo veremos con más detalle en el siguiente ejemplo:

$$\left.\begin{array}{lll} x & +y & =7 \\ 5x & -2y & =-7 \end{array}\right\}$$

Lo primero que hacemos es despejamos una de las incógnitas en la primera ecuación (también puede ser en la segunda).

x + y= 7 x= 7 - y

Posteriormente, sustituimos en la segunda ecuación el valor correspondiente de la «x».

5x - 2y = -7 5.**(7 - y)** - 2y = - 7

Ahora, despejamos la «y».

35 - 5y - 2y = -7 35 - 7y = -7 -7y = -7-35 -7y = -42 y = -42 / -7 y=6

Por último, utilizamos el valor de «y» para hallar el valor de «x».

x= **7 – y** x=7- 6 x = 1

La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6; también se puede expresar como Solución (1, 6)

Sistema de ecuaciones: método de reducción

Con el método de reducción lo que hacemos es **combinar, sumando o restando**, nuestras ecuaciones para que **desaparezca una de nuestras incógnitas**.

Los pasos para seguir son los siguientes:

$$\left.\begin{array}{lll} x & +y & =7 \\ 5x & -2y & =-7 \end{array}\right\}$$

En primer lugar, necesitamos preparar las dos ecuaciones, si es necesario, multiplicándolas por los números que convenga.

En este caso, queremos reducir la «y» de nuestro sistema, por tanto, multiplicamos la primera ecuación por 2, ya que igualamos su coeficiente con el de y en la segunda ecuación y con signo contrario, lo cual permitirá que al sumar las ecuaciones se elimine la y, (esto se puede hacer con cualquiera de las incógnitas y en cualquiera de las ecuaciones).

2(x + y = 7)

5x - 2y= -7

Así, el sistema se queda:

$$\left.\begin{array}{lll} 2x & +2y & = 14 \\ 5x & -2y & = -7 \end{array}\right\}$$

Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece.

$$\begin{array}{rrr} 2x & +2y & = 14 \\ +5x & -2y & = -7 \\ \hline +7x & 0 & = 7 \end{array}$$

Y nos quedaría:

7x = 7 despejamos x, obteniendo x=7 / 7 x=1

Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales, en este caso en la primera:

y= **7 - x** y = 7 – 1 y=6 La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6. O también Solución=(1, 6)

<u>Sistema de ecuaciones: método de igualación</u>

El método de igualación consiste en **despejar la misma incógnita** en las dos ecuaciones y después **igualar los resultados**.
Los pasos a seguir son los siguientes:

$$\left.\begin{array}{lll} x & +y & = 7 \\ 5x & -2y & = -7 \end{array}\right\}$$

En primer lugar, elegimos la incógnita que deseamos despejar. En este caso, empezaré por la «x» y despejo la misma en ambas ecuaciones.

x + y = 7 x = 7 - y

5x - 2y = - 7 5x = 2y – 7 x = (2y - 7) / 5

Una vez hemos despejado, **igualamos**:

7 – y = (2y - 7) / 5 5(7 - y) = 2y - 7

35 - 5y = 2y – 7 42 = 7y
y= 42 / 7 y=6

Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales, despejamos en la primera que se ve más sencilla.

x = **7 - y** x = 7 – 6 x=1 La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6 Solución =(1, 6)

<u>Sistemas de ecuaciones lineales: método de determinantes:</u>

$$a_1x_1 + b_1x_2 = c_1$$
$$a_2x_1 + b_2x_2 = c_2$$

El paso siguiente es aislar los coeficientes de las incógnitas a, b y c en el orden en que aparecen para hallar la soluc

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Si se da el caso de que el sistema no tiene solución, entonces el determinante es 0 y todas las soluciones quedarían indeterminadas.

Un método para resolver el sistema de ecuaciones lineales es mediante el cálculo de determinantes (Δ).

En este caso se trabaja con determinantes de la forma (2 x 2), esto se determina porque hay dos elementos en las fil

El resultado se alcanza con una multiplicación cruzada: al primer producto se le resta el segundo

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

$$\Delta_{x1} = \begin{vmatrix} c_1 b_1 \\ c_2 b_2 \end{vmatrix} = c_1 b_2 - c_2 b_1$$

$$\Delta_{x2} = \begin{vmatrix} a_1 c_1 \\ a_2 c_2 \end{vmatrix} = a_1 c_2 - a_2 c_1$$

Con esto se obtiene la solución al sistema mediante la relación:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x1}}{\Delta} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$x_2 = \frac{\Delta_{x2}}{\Delta} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

Ejemplo: El siguiente ejemplo es un sistema, se define los valores de “x” y “y” por el método de determinantes

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$$

En la solución los coeficientes de la primera ecuación son 2, 3, 13 y los coeficientes de la segunda son 4, 1, 11

De donde tenemos los siguientes determinantes organizados en la forma 2×2

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (2)(1) - (4)(3) = 2 - 12 = -10$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 13 & 3 \\ 11 & 1 \end{vmatrix} = (13)(1) - (11)(3) = 13 - 33 = -20$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 4 & 11 \end{vmatrix} = (2)(11) - (4)(13) = 22 - 52 = -30$$

Para finalizar el ejemplo se puede resolver el sistema de ecuaciones lineales mediante el cálculo de los determinant

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-20}{-10} = 2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-30}{-10} = 3$$

www.cibertareas.com

Con este resultado, encontramos que la solución para el sistema de ecuaciones es el par ordenado (2,3)

FUENTE: http://cibertareas.info/metodo-algebraico-de-determinantes-matematicas-1.html

Tarea 3.

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, para practicar:

a. $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \\ \dfrac{x}{3} + y = 1 \end{cases}$

MOMENTO DE EVALUACIÓN

¿Qué aprendí?

Vas a reflexionar respecto a cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta guía. ¡Debes de ser muy sincero!

VALORO MI APRENDIZAJE	**Si**	**No**	**A veces**
Reconocer y aplicar algunos de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, en la solución de ejercicios y problemas.			